

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta stavební

Katedra stavební mechaniky

Numerické modelování válcovaných nosníků

Numerical modeling of rolled beams

Student:

Bc. Jakub Vašek

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Bc. Oldřich Sucharda, Ph.D.

Ostrava 2015

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jakub Vašek**

Studijní program: N3607 Stavební inženýrství

Studijní obor: 3607T037 Konstrukce staveb

Téma: Numerické modelování válcovaných nosníků
Numerical modeling of rolled beams

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

Zpracujte diplomovou práci na téma numerické modelování válcovaných nosníků s ohledem na optimalizaci jejich chování. Numerické modelování proveďte ve vhodném dostupném softwaru a pro vybrané typy úloh vytvořte výpočetní algoritmy v softwaru Matlab, které budou založeny na metodě konečných prvků a budou zahrnovat také fyzikální nelinearitu. Zaměřte se na modelování konstrukčních detailů válcovaných nosníků nebo konstrukcí v případech, kdy bude docházet k řešení koncentrace napětí nebo velkému lokálnímu zatížení. Využijte rovinných a prostorových výpočetních modelů. U vybraných případů ověřte numerické modelování laboratorními zkouškami.

Seznam doporučené odborné literatury:

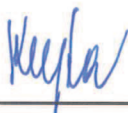
- [1] Borst, R., Crisfield, M. ed. Nichtlineare Finite-Elemente-Analyse von Festkörpern und Strukturen, 2014, Berlin. Ernst und Sohn. ISBN 978-3-527-33660-9.
- [2] ČSN EN 1993-1-1. Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [3] MATLAB - The Language of Technical Computing. Software. [on-line]. <<http://matlab.com/>>. The MathWorks, Inc., Massachusetts, USA, 2014.
- [4] Ravinger, J. Programy – statika, stabilita a dynamika stavebních konstrukcí. Bratislava: Alfa, 1990, ISBN 80-05-00090-1.
- [5] Ravinger, J., Psotný, M. Analýza konstrukcí. Nelineárne úlohy. Bratislava: STU v Bratislavě, 2007. 174 s. ISBN 978-80-227-2713-6.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **Ing. Bc. Oldřich Sucharda, Ph.D.**

Datum zadání: 27.02.2015

Datum odevzdání: 30.11.2015



doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Čajka, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě.....

.....

Podpis studenta

Prohlašuji:

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. - autorský zákon, zejména § 35 - užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 - školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo-diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomová práce je zaměřena na numerické modelování válcovaných nosníků. Konkrétně jsou zvoleny případy nosníků s lokálním zatížením. K dané problematice byl vytvořen výpočetní algoritmus, který je založen na metodě konečných prvků. Zmíněný algoritmus je uzpůsoben pro analýzu prostorových výpočetních modelů. Předností tohoto algoritmu je automatizace výpočtu se zohledněním fyzikální nelinearity u ocelových nosníků. Součástí této práce je také experimentální program pro validaci numerických výpočtů a optimalizaci parametrů pro materiálový model oceli. Experimenty zahrnují zkoušky tříbodovým ohybem. Pro detailnější popis vlastností oceli byly doplnkově provedeny také tahové zkoušky. K analýze ocelových nosníků byly využity také další výpočetní programy.

Klíčová slova: ocel, nosník, fyzikální nelinearita, metoda konečných prvků, lokální zatížení, algoritmus.

Počet stran: 83

ANNOTATION DIPLOMA THESIS

The numerical models of steel rolling beams with are the point of interest for this diploma. Especially are selected local load beams. The algorithm based on Finite Element Method was programmed for this issue. It is possible to analyse 3D numerical models. The advantage of this algorithm is analysis with material nonlinearity in numerical beam model. The part of this diploma is steel beam experimental measurement used for validity of numerical models and optimization of steel material model parameters. Experiments consist of three point bending tests. Additionally they were also carried out tensile tests and for a more detailed description of the steel characteristics. Other software were used for numerical analysis of steel beams too.

Key words: Steel, Beam, Material nonlinearities, Finite element method, Local loading, Algorithm.

Number of pages: 83

OBSAH

Seznam použitého značení	1
1 Úvod	3
2 Analýza ocelových konstrukcí	6
2.1 Geometrická nelinearita	6
2.2 Fyzikální nelinearita	8
2.3 Imperfekce	8
3 Metoda konečných prvků.....	10
3.1 Fyzikální nelinearita v MKP	12
3.1.1 Pružnoplastická matice tuhosti	13
3.1.2 Materiálové modely oceli.....	14
3.1.3 Podmínka plasticity.....	15
3.1.4 Nelineární výpočet	16
4 Vytvořený algoritmus.....	18
4.1 Preprocesor.....	18
4.2 Solver.....	19
4.3 Postprocesor	22
4.4 Vzorový příklad.....	22
4.5 Srovnání rovinného a prostorového modelu	24
5 Experimentální program válcovaných nosníků	26
5.1 Testované průřezy	26
6 Válcované nosníky průřezu IPN.....	29
6.1 Rozměrové tolerance	29
6.2 Fyzikální vlastnosti oceli profilu IPN	30
6.3 Vyhodnocení experimentálních zkoušek profilu IPN	32
7 Numerická analýza nosníků IPN.....	35
7.1 Nosník IPN 100	36
7.2 Nosník IPN 120	38
7.3 Nosník IPN 160	39
7.3.1 Výpočty v programu Matlab	39
7.3.2 Výpočty v programu ANSYS	40
7.4 Vyhodnocení numerických modelů nosníků IPN	43

8 Válcované nosníky průřezu IPE	45
8.1 Rozměrové tolerance	45
8.2 Fyzikální vlastnosti materiálu profilu IPE.....	47
8.3 Experimentální zkoušky profilu IPE	49
8.3.1 Neupravený průřez.....	49
8.3.2 Vyztužený průřez	51
8.3.3 Oslabený průřez	53
8.4 Vyhodnocení experimentálních zkoušek profilu IPE.....	54
8.5 Normová únosnost průřezů	56
9 Numerická analýza nosníků IPE	62
9.1 Účinek vlivu rozdílné meze kluzu na průřezu.....	63
9.2 Srovnání numerických výpočtů s experimenty neupraveného průřezu.....	64
9.3 Vyztužený průřez	66
9.4 Numerická analýza experimentálního měření vyztužených nosníků	68
9.5 Průřez oslabený otvory	69
9.6 Numerická analýza experimentálního měření oslabených průřezů.....	71
9.7 Vyhodnocení numerických modelů nosníků IPE	73
10 Závěr	74
Poděkování	77
Seznam použité literatury	78
Seznam použitých norem	79
Seznam uvedených programů	79
Publikace autora	80
Seznam obrázků.....	81
Seznam tabulek	83
Přílohy.....	83

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ

V této diplomové práci bylo použito následující značení:

Velká písmena latinské abecedy

A_s	plocha spolupůsobícího průřezu	[m ²]
\mathbf{D}	matice tuhosti lineárně pružného materiálu	
\mathbf{D}^{ep}	matice tuhosti pružnoplastického materiálu	
E	modul pružnosti oceli	[Pa]
\mathbf{F}	zatěžovací vektor konstrukce	
\mathbf{F}_{rez}	reziduální vektor	
H	parametr funkce zpevnění	
I_y	moment setrvačnosti průřezu	[m ⁴]
\mathbf{J}	Jakobiova funkcionální matice	
\mathbf{K}	matice tuhosti konstrukce	
\mathbf{K}^{ep}	pružnoplastická matice tuhosti konstrukce	
\mathbf{K}_G	geometrická matice tuhosti	
L_{cr}	vzpěrná délka	[m]
$N_{(\eta, \zeta, \xi)}$	aproximační funkce konečného prvku	
S_y	statický moment části průřezu	[m ³]
W_y	modul průřezu	[m ³]
X_s	střední hodnota statického souboru	

Malá písmena latinské abecedy

f_u	pevnost oceli	[Pa]
f_y	mez kluzu oceli	[Pa]
h_w	výška stěny průřezu	[m]
l	rozpětí nosníku	[m]
l_s	spolupůsobící délka stěny	[m]
t	tloušťka výztuhy	[m]
t_w	tloušťka stěny profilu	[m]
\mathbf{u}	vektor uzlových deformací	
w	průhyb nosníku	[m]

Písmena řecké abecedy

α	součinitel imperfekce	[-]
α_{cr}	násobitel návrhového zatížení pro dosažení ztráty stability	[-]
δ_l, δ_2	limity konvergenčních kritérií	
ε	poměrná deformace	[%]
ε_e	pružná část deformace	[%]
ε_p	ekvivalentní plastická deformace	[%]
γ_M	součinitel spolehlivosti materiálu	[-]
$\gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}$	zkosení	[rad]
η	převodní součinitel	
η, ζ, ξ	souřadnice jednotkového systému	[m]
λ	násobitel zatížení pro dosažení ztráty stability	[-]
ν	poissonovo číslo	[-]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3,$	hlavní napětí	[Pa]
σ_s	směrodatná odchylka	
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z,$	normálová napětí	[Pa]
$\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$	smyková napětí	[Pa]

1 ÚVOD

Návrh a analýza moderních ocelových konstrukcí je v současné době spojena s dimenzováním konstrukce jako celku, a také s bezpečným návrhem jednotlivých konstrukčních detailů. Příkladem takovýchto konstrukčních částí mohou být spoje nosných prvků, kotvení sloupů do základových patek, výztuhy štíhlých prvků, prostupy pro vedení technického zařízení, apod. V každém z uvedených detailů lze nalézt místa s koncentrací napětí, která obvykle tvoří kritická místa konstrukce. Nebezpečí představuje především vznik trvalých deformací, lokální ztráta stability nebo únava materiálu. Špatně navržené konstrukční části jsou také náchylnější na vznik koroze vlivem nedokonalé údržby detailu.

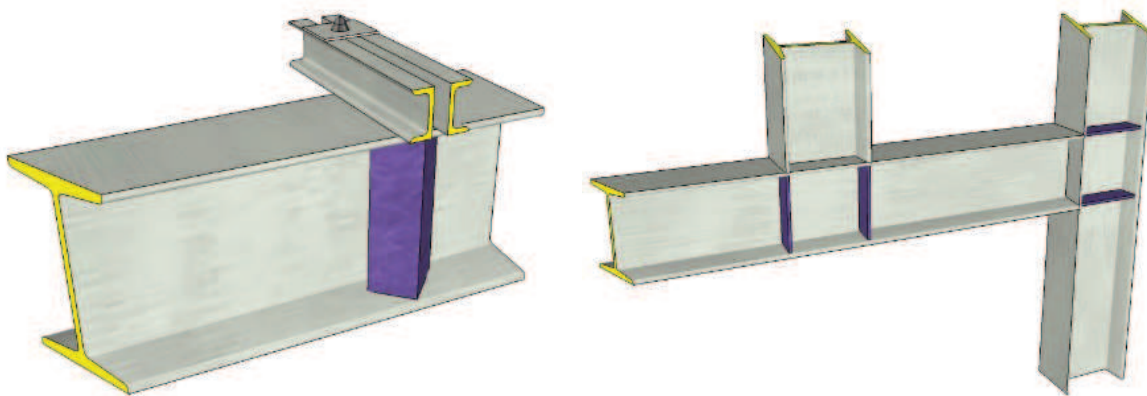
Řešení konstrukčních detailů je nejčastěji založeno na konkrétněji zpracovaných výpočetních modelech a postupech. V dnešní době jsou zejména využívány komerční programy založené na metodě konečných prvků. Trendem komerčních programů je vytvořit univerzální výpočetní nástroj, který je schopen poskytnout analýzu vhodnou ke globálnímu návrhu konstrukce. Pro uživatele moderních výpočetních nástrojů může být nevýhodou rozsah vstupních informací a náročnost jejich zadání.

Pro globální analýzu ocelových konstrukcí je často dostačující využití prutových výpočetních modelů. Vzhledem k dimenzím ocelovým prvkům je tato analýza obvykle přiměřená a adekvátní. Pro posouzení únosnosti hlavních prvků navrhované konstrukce jsou odvozeny zobecněné vztahy. Prutový model je, vzhledem k mnoha zjednodušením, pro návrh konstrukčního detailu často nedostačující. Nabízí se tedy možnost využití rovinných nebo prostorových výpočetních modelů. Návrh jednotlivých ocelových částí a prvků vychází z kritérií určených numerickou analýzou. Zejména pak podle dosažených hodnot napětí nebo deformací. Detailnější analýza u ocelových prvků nebo detailů často vyžaduje zohlednění fyzikální a geometrické nelinearity. Samotné použití výpočetních a materiálových modelů je závislé zejména na řešeném konstrukčním problému a účelu výpočtu. Význam řešení problematiky pokročilé analýzy ocelových konstrukcí dokládá prováděný výzkum ocelových konstrukcí, výpočetních prostředků a zejména realizace ocelových konstrukcí, které je možné nalézt v praxi. S ohledem na rozsah tříd oceli a využití ocelových konstrukcí nelze nalézt univerzální řešení pro analýzu a návrh. Pro pochopení problematiky modelování a chování ocelových konstrukcí a volbu optimálního konstrukčního řešení je vhodné zaměřit se nejen na

jeden typ řešení, ale zabývat se více přístupy [1, 9]. Samotné výpočty a analýzy ocelových konstrukcí se mohou provádět v řadě univerzálních výpočetních programů, např. ANSYS [16], Scia Engineer [19], Dlubal [17]. Uvedené programy jsou založeny především na použití metody konečných prvků [3]. V případech specializovaných úloh je však efektivní a vhodné využít vlastní výpočetní programy, které mohou být algoritimizovány například v programu Matlab [18] nebo podobném vývojovém prostředí. Při analýze a hledání optimálního konstrukčního řešení je také vhodné ve výpočtu zohlednit skutečný charakter vstupních dat např. různé pevnosti materiálu nebo homogenitu materiálu [24].

Součástí této diplomové práce je právě vytvoření výpočetního algoritmu, který je schopen výše uvedené nelinearity začlenit do výpočtů vybraných konstrukčních částí ocelových konstrukcí a provést tak vhodnou analýzu pro bezpečný a ekonomický návrh konstrukce. S ohledem na bližší seznámení s chováním ocelových konstrukcí a prvků je součástí diplomové práce také experimentální program, který slouží rovněž pro verifikaci numerických modelů. Experimentální program je rovněž zaměřen na vyhodnocení vlivu a rozptylu vstupních dat do výpočtu. Jedná se zejména o vliv geometrické imperfekce a materiálových vlastností oceli.

K řešení problematiky návrhu a analýzy ocelových konstrukcí lze využít řadu přístupů a metod. Mezi nejrozšířenější a také použitou metodu ve vyvíjeném výpočetním programu je metoda konečných prvků. Mezi výhody jejího použití patří možnost aplikovat pokročilé materiálové modely materiálů anebo také geometrickou nelinearitu. Těmito aspekty lze modelovat skutečné chování ocelových prvků.



Obr. 1: Příklady lokálně zatížených částí ocelových konstrukcí, ocelová patka, výměna sloupu

S ohledem na rozsah problematiky návrhu a analýzy ocelových konstrukcí se práce zaměřuje na ocelové válcované nosníky průřezu IPN a IPE. A to konkrétně v případech užití jako konstrukčního detailu ohybem namáhaných prvků. Důvodem je jejich časté zastoupení v již realizovaných konstrukcích nebo jejich aplikace při návrhu nových staveb. Zvolené konstrukční detaily představují lokálně zatížený nosník vlivem napojení nebo vynechání nosného prvku (obr. 1). V rámci vytvořených numerických modelů a experimentálního programu je možné rozčlenit průřezy na neupravené, průřezy vyztužené a průřezy oslabené.

2 ANALÝZA OCELOVÝCH KONSTRUKCÍ

Návrhu ocelových konstrukcí je věnována skupina evropských norem s označením EC3 [12]. Výpočetní model vytvořený pro analýzu konstrukce musí být vhodný pro příslušný mezní stav. Nejen výpočetní model, ale také předpoklady výpočtu mají s co největší přesností vystihnout chování konstrukce [12]. Návrh a posudek ocelových prvků je především založen na analýze vnitřních sil v konstrukci vyvolaných působícím zatížením. Pro ocelové konstrukce je v normě ČSN EN 1993-1-7 [14] doporučeno několik druhů analýz (tab. 1).

druh analýzy	ohybová teorie	chování materiálu	geometrie konstrukce
lineární pružnostní analýza lineární bifurkační analýza	lineární	lineární	ideální
geometricky nelineární pružnostní analýza	nelineární	lineární	ideální
materiálově nelineární analýza	lineární	nelineární	ideální
geometricky a materiálově nelineární analýza	nelineární	nelineární	ideální
geometricky nelineární pružnostní analýza s imperfekcemi	nelineární	lineární	imperfektní
geometricky a materiálově nelineární analýza s imperfekcemi	nelineární	nelineární	imperfektní

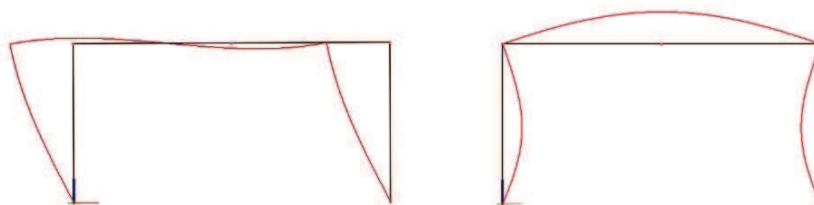
Tab. 1: Druhy analýz ocelových konstrukcí

Volba analýzy je závislá na typu a vlastnostech modelované konstrukce. V jednoduchých případech je postačující pouze lineární výpočet, kdy vliv imperfekcí a nelinearity je zohledněn především v podobě korekčních a bezpečnostních součinitelů. V případech sofistikovaných a pokročilých konstrukčních návrhů nebo optimalizace je třeba co nejvěrněji zachytit odezvu konstrukce na působící zatížení. Model konstrukce může zahrnovat ve stádiu analýzy několik různých vstupních veličin. Jednotlivé analýzy lze tedy rozlišit na základě použité nelineární metody výpočtu.

2.1 GEOMETRICKÁ NELINEARITA

V případě geometricky nelineárních úloh řešených metodou konečných prvků je možné rozlišit dva případy. Prvním případem je zohlednění teorie druhého řádu. V takovém případě je během iteračního výpočtu hledán rovnovážný stav na deformované konstrukci. Numerický výpočet si lze představit tak, že po zatížení konstrukce se změní její geometrie a v důsledku toho také matice tuhosti konstrukce. Tato skutečnost má ovšem za následek nesplnění

počátečních podmínek rovnováhy a vznik vektoru nevyvážených sil. Ten se následně stane v dalším výpočetním kroku součástí zatěžovacího vektoru. Dále je tedy třeba zatížit již deformovanou konstrukci nově vzniklým vektorem vnějších sil. Tento proces se opakuje, dokud není splněno vhodné konvergenční kritérium.



Obr. 2: Vlastní tvary rámové konstrukce, vybočení styčniců (vlevo), dominantní vzpěr prutů (vpravo)

Dalším případem, jak zohlednit geometrickou nelinearitu během numerického výpočtu, je určit kritickou hodnotu násobitele vektoru zatížení. Tato varianta je častokrát označována jako stabilitní výpočet. V normách pro návrh [12] ocelových konstrukcí je hodnota kritického násobitele zastoupena součinitelem α_{cr} (násobitel návrhového zatížení pro dosažení ztráty stability v pružném stavu při globální analýze). Přesnější řešení je silně ovlivněno počtem konečných prvků a parametry modelované konstrukce. Pro aplikaci stabilitního výpočtu v metodě konečných prvků je nezbytná znalost plných geometrických rovnic s tzv. smíšenými derivacemi [3]. Při skládání matice tuhosti konstrukce vzniká oproti lineárnímu řešení ještě matice geometrická \mathbf{K}_G (1). V systému lineárních rovnic jsou hledána vlastní čísla matice tuhosti konstrukce.

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_G) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (1)$$

$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G) \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

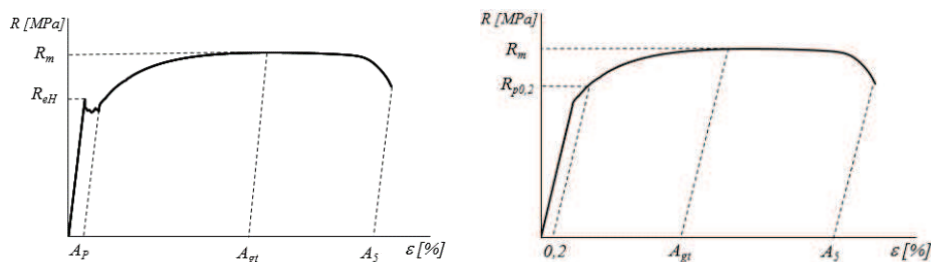
Výsledkem je tedy vektor λ (2), skupina čísel, reprezentující kritické násobitele zatížení. Každá hodnota z takto vzniklého vektoru představuje násobek zatížení, při kterém dojde ke ztrátě stability konstrukce (vznik tzv. vlastního tvaru konstrukce, obr. 2). Podle normy EC3 [12] lze konstrukci považovat za stabilní, je-li nejmenší hodnota kritického násobitele vzniklá lineární bifurkační analýzou větší než 10. V případě použití plasticitní analýzy má nabývat pro stabilitně bezpečný návrh kritický násobitele hodnotu větší než 15.

2.2 FYZIKÁLNÍ NELINEARITA

Další nelinearitou uvažovanou při analýze ocelových konstrukcí je nelinearita fyzikální. V lineárním výpočtu jsou materiálové charakteristiky oceli o konstantní velikosti. Závislost mezi vyvolaným napětím v konstrukci a vzniklou poměrnou deformací je lineární do meze kluzu oceli. Vzniklé deformace jsou dočasné. Materiál se chová pružně. Závislost mezi přírůstkem napětí a poměrnou deformací vyjadřuje Hookův zákon (3). Během fyzikálně nelineární analýzy je tento předpoklad změněn.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3)$$

Materiálové zkoušky oceli jsou charakterizovány několika parametry. Klíčovou návrhovou veličinou je mez kluzu oceli. Je to taková hodnota napětí, při které dochází k poklesu tuhosti materiálu a vznikají trvalé deformace. Mez kluzu oceli není největší hodnotou napětí, která lze v oceli zatížením vyvolat. Kvůli vzniku nevratných deformací po překročení meze kluzu je tato veličina využívána pro dimenzování ocelových prvků v konstrukci pro mezní stavy použitelnosti i únosnosti.



Obr. 3: Pracovní diagramy oceli (vpravo-výrazná mez kluzu, vlevo-nevýrazná mez kluzu)

Skutečné (fyzikálně) nelineární chování materiálu je v metodě konečných prvků zohledněno různými materiálovými modely, které jsou blíže popsány v kapitole 3.1.

2.3 IMPERFEKCE

Jednou z častých předpokladů analýzy ocelové konstrukce je její ideální tvar a materiálová homogenita. Z praktického hlediska jsou tyto předpoklady nesplnitelné. Proto je při návrhu konstrukcí nutné uvážit vliv počátečních odchylek a nedokonalostí [10]. Vliv imperfekcí je podstatný u ocelových konstrukcí tvořených zejména prutovými prvky. U dlouhých a štíhlých prvků představuje zohlednění imperfekce důležitou součástí bezpečného

návrhu a proto ji nelze zanedbat. Nejvýraznější vliv mají imperfekce na stabilitu a celkovou únosnost konstrukčních částí.

Při návrhu ocelových konstrukcí je nutné uvážit tři druhy imperfekcí:

GEOMETRICKÉ IMPERFEKCE

Geometrické imperfekce zahrnují odchylky zejména v rozměrech prutu. Vlivem výroby ocelových tyčí vzniká počáteční zakřivení prutu, neekvivalentní tvar ideálního průřezu apod. Dále je možné za geometrickou imperfekci považovat excentricitu uložení konstrukce nebo excentricitu působení zatížení.

FYZIKÁLNÍ IMPERFEKCE

Do této kategorie jsou zařazeny především vlivy vlastního pnutí vzniklé např. svařováním, chladnutím nebo rovnáním ještě nezatížených ocelových tyčí.

KONSTRUKČNÍ IMPERFEKCE

Třetí neméně významnou kategorií imperfekcí tvoří konstrukční imperfekce. Tato kategorie zahrnuje nedokonalosti při idealizaci spojů jako dokonalých kloubů nebo vetknutí.

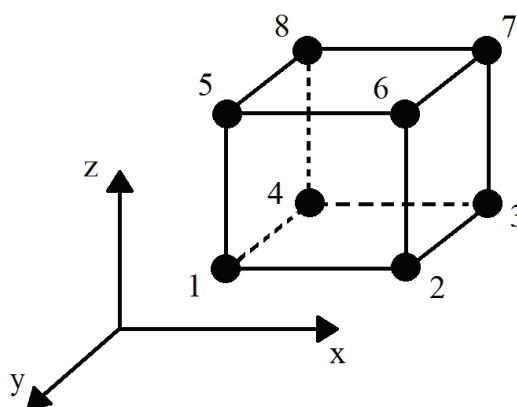
Skutečné konstrukce zahrnují všechny uvedené nedokonalosti. Při návrhu ocelových konstrukcí jsou imperfekce zohledněny buďto v globální analýze (např. vstupními parametry konstrukce) nebo při posudcích se součiniteli imperfekce.

3 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Zvolená metoda konečných prvků (MKP) patří mezi nejrozšířenější numerické metody používané ke statickým analýzám konstrukcí. Jedná se o numerickou metodu sloužící k řešení diferenciálních rovnic [11]. Podstata řešení spočívá v převedení diferenciální rovnice na soustavu lineárních rovnic (4). Analýza konstrukcí může být rozdělena dle vyšetřovaných parametrů na silový a deformační přístup. Nejčastěji je uvažována deformační varianta MKP, která je založena na Lagrangeově principu minima potenciální energie.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (4)$$

Popsat konstrukci jako celek je matematicky velmi obtížné, a častokrát tento postup vede k řadě nepřesností. Princip MKP spočívá v rozdělení kontinua na konečný počet elementů. Každému elementu lze přiřadit odpovídající vlastnosti a tím matematicky popsat celou konstrukci. Řešená soustava lineárních rovnic představuje podmínky rovnováhy v uzlech výpočetního modelu. Neznámé veličiny jsou nejčastěji deformace. Po vyčíslených neznámých deformací lze dále určit hodnoty napětí či vnitřních sil v konstrukci.



Obr. 4: Prostorový izoparametrický osmiuzlový prvek

Matice tuhosti konstrukce se skládá z dílčích matic tuhosti jednotlivých prvků. Každý prvek je charakterizován uzly a v nich dovoleným počtem stupňů volnosti (neznámé parametry). Konečné prvky mohou nabývat obecných rozměrů, např. prutové, rovinné nebo objemové. Pro každý prvek je zvolena tzv. básová funkce, která určuje spojitě rozložené

posuny v uzlech konečného prvku. Bázová funkce je volena tak, aby její funkční hodnota byla nenulová právě v jednom uzlu konečného prvku.

$$N_{(\eta,\zeta,\xi)} = \frac{1}{8}(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)(1 + \xi\xi_i) \quad (5)$$

Vytvořený algoritmus pracuje s izoparametrickým osmiuzlovým (obr. 4) konečným prvkem, jehož bázová (tvarová) funkce (5) je odvozena v odlišných souřadnicích oproti celkové konstrukci. Bližší popis izoparametrických prvků uvádí např. [3]. Zmíněný konečný prvek je složen z 8 uzlů. V každém uzlu jsou 3 neznámá posunutí u , v , w . Na jednom konečném prvkem se tedy nachází 24 neznámých hodnot posunů. Pro vyjádření matice tuhosti konečného prvku je také nezbytná znalost základních vztahů teorie pružnosti.

Při výpočtu se také předpokládá splnění podmínek rovnováhy v protoru (6).

$$\begin{aligned} \sum F_{x,i} &= 0 \\ \sum F_{y,i} &= 0 \\ \sum F_{z,i} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Geometrické rovnice (7) popisují vztah mezi poměrnými přetvořeními (poměrné deformace, zkosení) a deformacemi.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Fyzikální vztahy uvádí rovnice (8). Tyto vztahy odpovídají izotropnímu lineárně pružnému materiálu. Jedná se o závislost mezi napětími a poměrnými přetvořeními.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$A = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Protože se jedná o izoparametrický prvek lze matici tuhosti konečného prvku vyjádřit rovnicí (9). V obecném případě probíhá integrace na objemu konečného prvku, v případě izoparametrických prvků se volí tvarové funkce tak, aby integrační meze byly pro integrační souřadnice -1 a 1.

$$\mathbf{K} = \iiint_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \det(\mathbf{J}) d\eta d\zeta d\xi \quad (9)$$

Ve výpočtu matice tuhosti prvku značí \mathbf{B} derivovanou matici souřadnic uzlů, matice \mathbf{D} představuje matici tuhosti materiálu a matice \mathbf{J} je Jakobiova funkcionální matice [11]. Determinant z Jakobiovy matice je označován jako jakobián transformace. Integrace matice tuhosti prvku je nejčastěji řešena numericky, ve vytvořeném algoritmu Gaussovou integrací [4].

Složením jednotlivých matic tuhosti vzniká matice tuhosti konstrukce. V rovnici (4) je uveden vektor vnějších sil \mathbf{F} . Členy tohoto vektoru představují uzlová zatížení působící na konstrukci. Vektor \mathbf{u} je vektor neznámých uzlových deformací.

3.1 FYZIKÁLNÍ NELINEARITA V MKP

Pružnoplastickému stavu konstrukcí jsou věnovány dvě hlavní teorie [8]. Jedná se o teorie plastického tečení a teorie plastických deformací. Podstatným rozdílem mezi teoriemi je stav

určení napjatosti konstrukce. Pro teorii plastického tečení je výsledný stav závislý na dráze zatěžování, tedy na součtu přírůstků zatížení. Teorie plastických deformací vychází ze současného stavu napjatosti bez návaznosti na průběh zatěžování. Obecnější a více používaná je teorie plastického tečení, která byla aplikována i ve vytvořeném algoritmu.

Z hlediska MKP lze pro teorii plasticity přepsat soustavu lineárních rovnic na soustavu nelineárních rovnic, kde je matice tuhosti konstrukce \mathbf{K} funkcí parametru posunutí \mathbf{u} .

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (10)$$

Protože se řešení teorie plastického tečení skládá z přírůstků zatížení, lze formulovat například fyzikální rovnice do přírůstkové podoby.

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{\text{EP}} \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (11)$$

Stejně jako fyzikální rovnice lze interpretovat základní soustavu rovnic (4) na soustavu (12).

$$\mathbf{K}^{\text{EP}} \cdot \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{F} \quad (12)$$

Matice \mathbf{K}^{EP} je pružnoplastická matice tuhosti konstrukce. V jednotlivém přírůstku je tato matice konstantní.

3.1.1 PRUŽNOPLASTICKÁ MATICE TUHOSTI

Hlavní rozdíl řešení pružnoplastického stavu od pružného stavu konstrukce spočívá ve změně matice tuhosti materiálu \mathbf{D} , která představuje matici s materiálovými charakteristikami. Vytvořený algoritmus je zaměřen převážně na ocelové konstrukce. Ocel bývá charakterizována jako homogenní izotropní materiál. Tedy základní materiálové charakteristiky pro vytvoření pružné matice tuhosti materiálu jsou modul pružnosti E a Poissonovo číslo ν . Modul pružnosti nabývá hodnoty 210 GPa a Poissonovo číslo je rovno 0,3.

Při odvození pružnoplastické matice tuhosti materiálu je vycházeno z teorie tečení. Složka celkové deformace je rozdělena na pružnou a elastickou, jak popisuje rovnice (13).

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p \quad (13)$$

Fyzikální rovnice pro pružnoplastický materiál (11) lze vyjádřit v závislosti na pružnoplastické matici materiálu (14), která je složena z matice tuhosti lineárně pružného materiálu \mathbf{D} , vektoru okamžitého napětí $\boldsymbol{\sigma}$ a funkce zpevnění H [2].

$$\mathbf{D}_{EP} = \mathbf{D} - \frac{\mathbf{D} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T \mathbf{D}}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T \mathbf{D} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} + H} \quad (14)$$

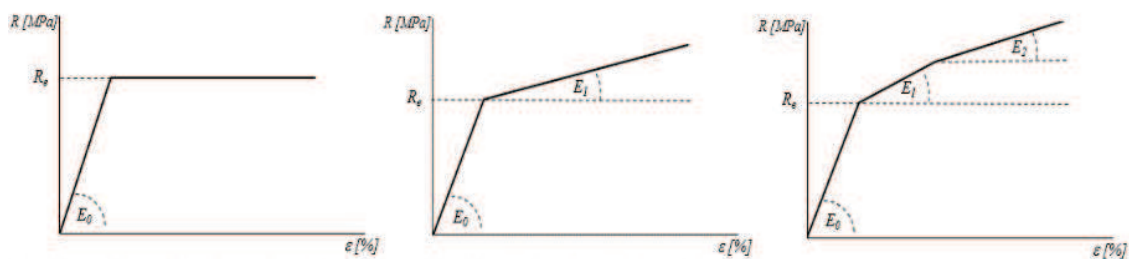
Funkce zpevnění představuje závislost napětí při plastickém přetvoření materiálu na plastické deformaci [8].

$$\bar{\sigma} = H \cdot \bar{\varepsilon}_p \quad (15)$$

Hodnoty zpevnění H lze pro ocel získat z tahové zkoušky. Pro numerické metody činí normově doporučená hodnota lineárního 210 MPa [14]. Tato hodnota odpovídá zpevnění pro pružnoplastický materiálový model s lineárním zpevněním.

3.1.2 MATERIÁLOVÉ MODELY OCELI

Fyzikální nelinearita spočívá v zohlednění nelineární závislosti napětí na poměrných deformacích [7]. Vyjádřením této závislosti je pracovní diagram, kde na svislé ose je vynášena hodnota napětí a na vodorovné ose poměrné deformace. Skutečné závislosti jsou obvykle složitě matematicky popsitelné a tak se v MKP přistupuje k upraveným pracovním diagramům.



Obr. 5: Materiálové modely, (zleva) ideálně pružnoplastický, pružnoplastickým s lineárním zpevněním, multilineární

Nejjednodušším materiálovým modelem je tuhoplastický materiálový model. Tento model není pro modelování ocelových částí vhodný, protože nezohledňuje elastické přetváření oceli. Velmi často využívaným modelem je ideálně pružnoplastický (bilineární) materiálový model. Do určité hodnoty napětí se materiál přetváří elasticky. Po dosažení této hodnoty napětí již nenarůstá napjatost konstrukce, ale vznikají pouze nevratné deformace. V tomto případě je tuhost materiálu nulová. K vyčerpání únosnosti materiálu dochází po překročení limitní hodnoty přetvoření. Bilineární materiálový model je doporučen pro běžné typy konstrukčních ocelí dle normy EC3 [14].

Při srovnání reálných pracovních diagramů s ideálně pružnoplastickým modelem je patrný rozpor v oblasti trvalých deformací. Tato skutečnost vede k využití multilineárního pracovního diagramu. Tento model se skládá z jednotlivých lineárních úseků. Pro určitý interval napětí je hodnota tuhosti materiálu konstantní. Aplikace multilineárního materiálového modelu je ve srovnání s výše uvedenými modely výpočetně náročnější a složitější pro definici pracovního diagramu materiálového modelu. Tyto informace jsou často nedostupné. Jednou z dalších možností materiálových modelů je využít matematický funkční předpis. Pro kovové materiály s širokým rozsahem pracovního diagramu je možné využít Ramberg-Osgoodovu funkci. Tento funkční předpis je dle normy EC 9 [15] doporučen pro analýzu konstrukcí ze slitin hliníku.

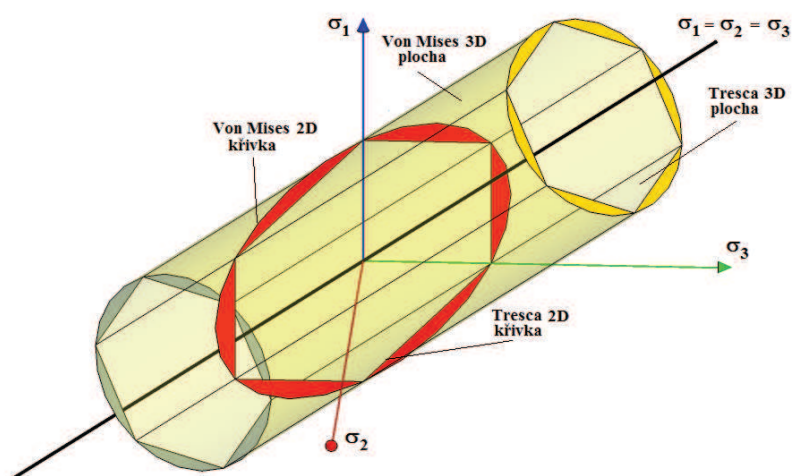
3.1.3 PODMÍNKA PLASTICITY

Součástí modelu s proměnnými materiálovými vlastnostmi je podmínka plasticity. Tato podmínka definuje stav materiálu, při kterém dochází k plasticitě. Pro ocel se jako nejvhodnější podmínka uvádí Trescova nebo Misesova podmínka plasticity.

$$\sigma_{HMH} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (16)$$

Obě zmíněné podmínky jsou vhodné k aplikaci pro materiál se stejnými pevnostními vlastnostmi v tahu a tlaku. Komerční programy využívají pro modelování ocelových prvků nejčastěji Misesovu podmínku plasticity. Její předpis je dán vztahem (16). Podmínka plasticity Von Mises a Trescova podmínka jsou zobrazeny na obr. 6. V prostoru jsou podmínky plasticity omezeny válcovou (Mises) a hranolovou (Tresca) plochou. V případě

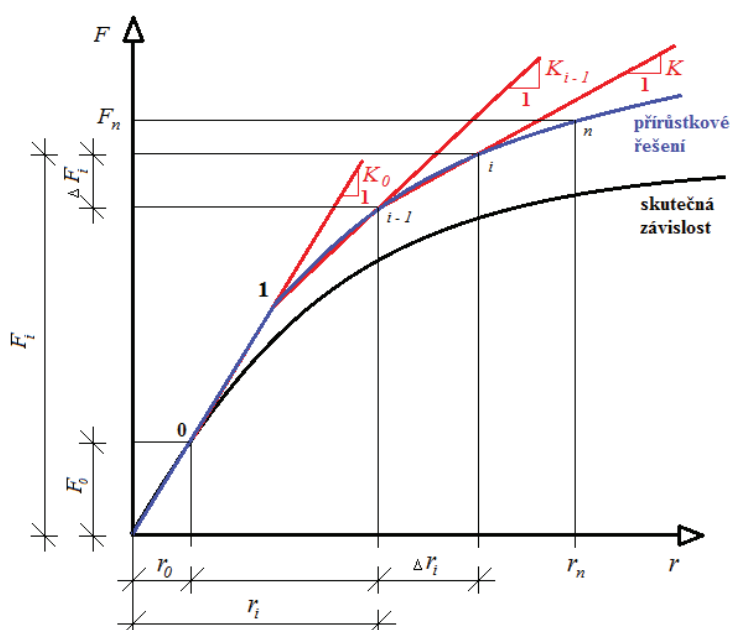
rovinné úlohy je σ_2 nulové a plasticitou oblast omezuje elipsa (Mises) resp. šestiúhelník (Tresca). Na obrázku jsou podmínky ve 2D znázorněny červeně.



Obr. 6: Podmínky plasticity: Von Mises a Tresca, v 2D i 3D

3.1.4 NELINEÁRNÍ VÝPOČET

Pro řešení plasticity metodou konečných prvků byla vyvinuta řada metod (metoda postupné změny tuhosti, metoda počáteční deformace, metoda počátečního napětí) [8]. Pro tvorbu algoritmu byla zvolena metoda postupné změny tuhosti.



Obr. 7: Schéma metody postupné změny tuhosti

Konstrukce je zatěžována postupně po přírůstcích ΔF_i (obr. 7). Po každém přírůstku se vyhodnotí deformace \mathbf{u}_i , určí se napjatost konstrukce a vytvoří se nová matice tuhosti konstrukce \mathbf{K}_i , která slouží jako výchozí stav pro další přírůstek.

V algoritmu je použita Newton-Raphsonova metoda [3] pro minimalizování vektoru zbytkových sil a zpřesnění výsledků vypočítaných výsledků. Protože pro metodu postupné změny tuhosti vzniká značná odchylka od skutečného řešení, je aplikováno iterační pravidlo, které zmenšuje vliv reziduálních sil.

$$\mathbf{R} = \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{u} \quad (17)$$

Dojde-li ke změně tuhosti konstrukce během iteračního přírůstku, pak se vektor skutečně přenesených sil \mathbf{R} stanoví dle rovnice (17). Tím pádem dochází ke změně výchozího stavu a vzniká vektor nevyvážených sil, jenž lze stanovit rovnicí (18).

V případě jeho minimalizování je třeba vektorem \mathbf{F}_{rez} znovu zatížit konstrukci. Tento postup se opakuje do té doby, dokud není vektor reziduí dostatečně malý. Velikost vektoru nevyvážených sil slouží jako jedna z podmínek konvergence.

4 VYTVOŘENÝ ALGORITMUS

Tato práce je zaměřena na modely ocelových konstrukcí s přihlédnutím k problémům plasticity. Pro zkoumání této problematiky byl vytvořen výpočetní algoritmus v programovém prostředí Matlab [18]. Tento algoritmus vychází z metody konečných prvků. Algoritmus je nastaven k provádění numerických výpočtů na libovolných prostorových modelech. Možností programu je také nelineární výpočet, který zohlední fyzikální nelinearitu materiálu a také umožňuje zohlednit geometrickou nelinearitu podle teorie druhého řádu. Tyto dva hlavní procesy jsou stěžejní pro výpočty provedené v rámci této práce. Zatížení se předpokládá silové nebo deformační.

Řešení nelineární úlohy je založeno na iterační metodě Newton-Raphson. Parametry konvergence tvoří dvě podmínky. První kritérium tvoří omezení euklidovské normy reziduálního vektoru (18) a druhé omezující kritérium [5] vychází ze vzniku deformací v přírůstku (19).

$$\mathbf{F}_{\text{rez}} = \mathbf{F}_{i-1} - \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{u}; \|\mathbf{F}_{\text{rez}}\| \leq \delta_1 \quad (18)$$

$$\frac{\|\mathbf{u}_i\| - \|\mathbf{u}_{i-1}\|}{\|\mathbf{u}_i\|} \leq \delta_2 \quad (19)$$

Samotný výpočetní algoritmus je možné rozdělit do třech částí: preprocesor, solver a postprocesor.

4.1 PREPROCESOR

V části preprocesoru je možné zadávat vstupní parametry modelované konstrukce. V preprocesoru je využita řada pomocných algoritmů a skriptů, které uživateli zjednodušují zadání úlohy. Nejprve je nezbytné popsat geometrii souřadnicemi uzlů konstrukce, tyto uzly jsou zároveň uzly deklarované pro síť konečných prvků. Síť konečných prvků se generuje automaticky. Dalšími vstupními veličinami jsou materiálové charakteristiky. Protože bylo záměrem modelovat ocelové konstrukce, vstupní parametry jsou následující: modul pružnosti oceli, Poissonovo číslo, mezí plasticity, hodnota zpevnění. Dále je možné ovlivnit numerický výpočet parametry konvergence tj. velikostí reziduálního vektoru (18) a konvergence přírůstku deformací (19).

```

4      % *_*_Materiálové charakteristiky_*_*
5 -    E=183e9;          % Modul pružnosti [Pa]
6 -    nu=0.3;          % Poissonovo číslo [-]
7
8      % *_*_Nastavení výpočtu_*_*
9 -    w=0.8;           % Přírůstek zatížení [mm] nebo [kN]
10 -    FneboW=2;        % Zadání zatížení
11                        % 1 - zatížení silové
12                        % 2 - zatížení deformační
13 -    limit=270.5e6;   % Limitní HMH napeti [Pa]
14                        % Zpevnění - konstantní [Pa]
15 -    H=922.7e6;      % H=0 - ideálně pružnoplastický model
16
17      % *_*_Nastavení grafiky_*_*
18 -    max_iterace=15;  % Maximální počet iterací
19 -    gmult=1e2;       % Geometrický násobitel(pro vykreslení)
20 -    vystup=3;       % 0 - nevykreslí nic
21                        % 1 - vykreslí zplastizovanou oblast
22                        % 2 - vykreslí deformace
23                        % 3 - vykreslí vše

```

Obr. 8: Ukázka úvodní části skriptu vytvořeného algoritmu, část preprocesor

4.2 SOLVER

V hlavní části algoritmu probíhá samotný výpočet. Vývojové schéma je zobrazeno na obrázku 11. V první části výpočtu dochází k načtení vstupních veličin. Dále jsou vytvořeny matice tuhosti jednotlivých konečných prvků a z nich složena matice tuhosti konstrukce.

V dalším kroku je vytvořen zatěžovací vektor, který tvoří poměrnou část celkového zatížení (přírůstek zatížení). Po vyřešení soustavy rovnic a určení deformací dochází k uložení mezivýsledků. Ze získaných deformací jsou určeny reakce v podporách a napěťový stav konstrukce. Na každém prvku, respektive v každém uzlu konečného prvku je vypočtena hodnota von Misesova napětí (označena jako HMH - někdy bývá označována jako podmínka Huber Mises Hencky). Podle podmínky (16) lze určit, zda na konečném prvku došlo k překročení pružných deformací. V případě, že došlo k překročení mezního napětí, je upravena matice tuhosti příslušného konečného prvku.

Po této kontrole probíhá určení vektoru reziduálních (nepřenesených) sil. Dojde-li ke změně tuhosti vlivem zplastizování části konstrukce, pak nejsou splněny počáteční podmínky a pro zpřesnění výpočtu je nutné proces opakovat. Vektor reziduálních sil vzniká

podle rovnice (18) jako rozdíl počátečního přírůstku zatížení od sil vyvolaných příslušnými deformacemi na změněné konstrukci. V případě, že je euklidovská norma vektoru reziduí větší než povolená hodnota, pak je konstrukce zatížena vektorem nevyvážených sil. Celý výpočet se opakuje, dokud není tento vektor přijatelně malý a nejsou také splněna ostatní konvergenční kritéria.

Aby mohl výpočet pokračovat dalším přírůstkem zatížení, musí být také splněna podmínka (19). Tato podmínka zohledňuje velikost vzniku deformací konstrukce v jednotlivém zatěžovacím kroku. Je-li po přírůstkem zatížení deformace nepřijatelně velká, pak se výpočet opakuje.

Jsou-li obě podmínky splněny, pak může výpočet pokračovat dalším přírůstkem. Před zatížením dalším přírůstkem je upravena geometrie konstrukce tak, že se nastaví deformovaná konstrukce jako výchozí stav pro následující iterace. Je-li přeneseno celé požadované zatížení, pak je výpočet u konce.

```

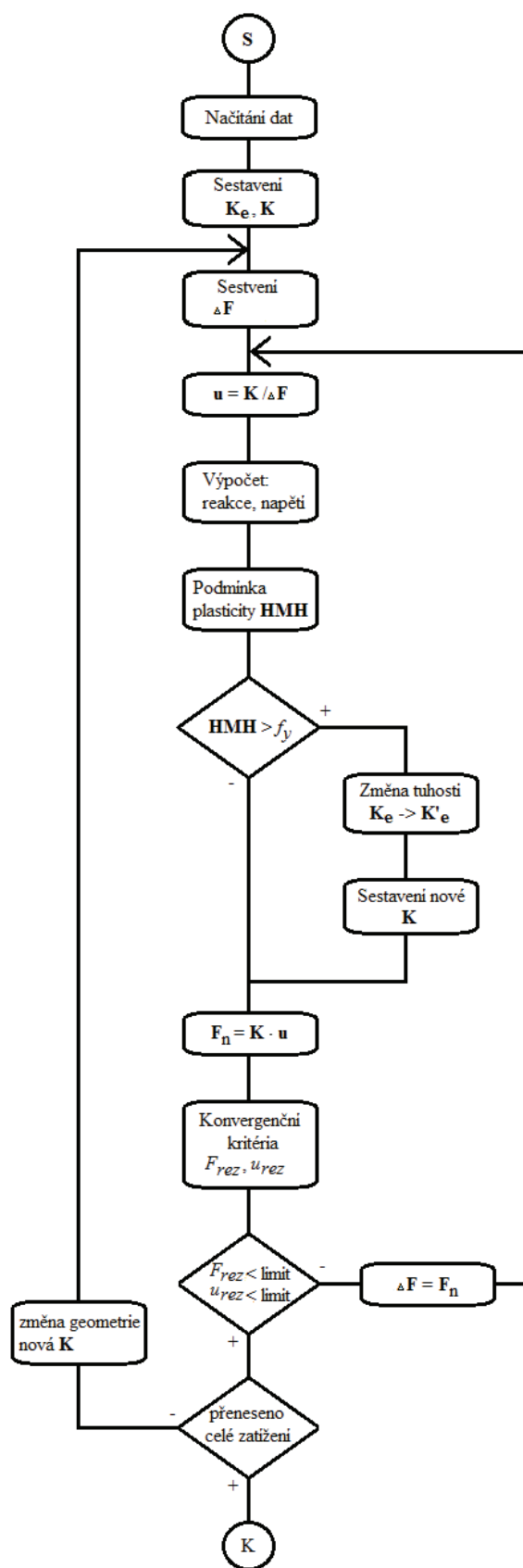
27 % *_Příprava výpočtu_*
28 - [ souradnice, prvky, podpory,...
29     zatizeni ] = Sit_nosnik_pasnice_IPE_oslabeni( 12,3,-w/1e3 );
30
31 % *_Nelineární výpočet_*
32 - [ u,x,y,sigma ] = Nelinearni_vypocet( prvky,E,nu,souradnice,...
33     podpory,zatizeni,FneboW,limit,max_iterace,konec,H );
34
35 % *_Vykreslení výsledků_*
36 - [ HMH ] = VonMises_vykresleni( prvky,sigma,limit );
37 - Vykresleni( prvky, HMH, souradnice, u, gmult, vystup );
38 - Graf( x,y );

```

Obr. 9: Ukázka úvodní části skriptu vytvořeného algoritmu, funkce výpočtu

Command Window				
1 Iterace - 0.0 min				
1 Zplastizováno - 0 prvků	Norma - 0.000 kN	Posuny - 1.000 -		
2 Iterace - 1.7 min				
1 Zplastizováno - 0 prvků	Norma - 2.175 kN	Posuny - 1.000 -		
2 Zplastizováno - 0 prvků	Norma - 0.000 kN	Posuny - 0.002 -		
3 Iterace - 4.9 min				
1 Zplastizováno - 3 prvků	Norma - 12.115 kN	Posuny - 1.000 -		
2 Zplastizováno - 3 prvků	Norma - 2.555 kN	Posuny - 65.402 -		
3 Zplastizováno - 3 prvků	Norma - 0.069 kN	Posuny - 11.362 -		
4 Zplastizováno - 3 prvků	Norma - 0.000 kN	Posuny - 35.999 -		

Obr. 10: Ukázka průběhu výpočtu vytvořeného algoritmu, popis iterace, počet zplastizovaných prvků, konvergenční kritéria



Obr. 11: Vývojový diagram vytvořeného algoritmu

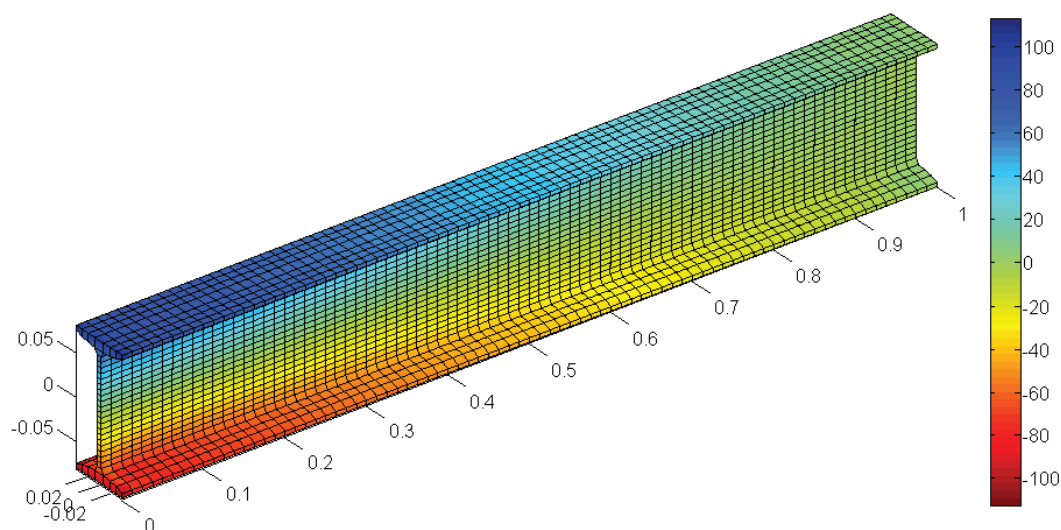
4.3 POSTPROCESOR

V poslední části programu dochází ke grafické interpretaci získaných numerických výsledků. Podle kritérií modelovaných příkladů je jedním z výstupů zatěžovací křivka, která vzniká ukládáním přírůstků zatížení a příslušných deformací v jednotlivých krocích výpočtu. Dále je možné zobrazit hodnoty v celém spektru napětí včetně napětí Von Mises. Vzhledem k uložení deformací je možné vykreslit konstrukci také v deformovaném i nedeformovaném stavu.

Protože se jedná o otevřený algoritmus, je možné upravit zdrojový kód podle požadavků uživatele a získat tak potřebný přehled o konkrétním řešení problému.

4.4 VZOROVÝ PŘÍKLAD

K ověření základní funkčnosti vytvořeného algoritmu byl zvolen vzorový příklad krátké konzoly zatížené silou na volném konci [23]. Pro konkrétní případ byl zvolen ocelový válcovaný profil IPN 160. Podle základních vztahů teorie pružnosti je možné stanovit hodnoty normálového napětí, smykového napětí a průhybu volného konce konzoly. Tyto hodnoty byly konfrontovány s numericky určenými hodnotami.



Obr. 12: Průběh normálového napětí σ_x [MPa] na konzole, vzorový příklad [23]

Konzola průřezu IPN 160 o délce 1 m byla zatížena 10 kN na volném okraji. Ohybový moment o velikosti 10 kNm v podpoře vyvolá tahové normálové napětí o velikosti 85,47 MPa na horním okraji.

$$\sigma_x = \frac{M}{W_y} = \frac{10 \cdot 10^3}{1,17 \cdot 10^{-4}} = 85,47 \text{ MPa} \quad (20)$$

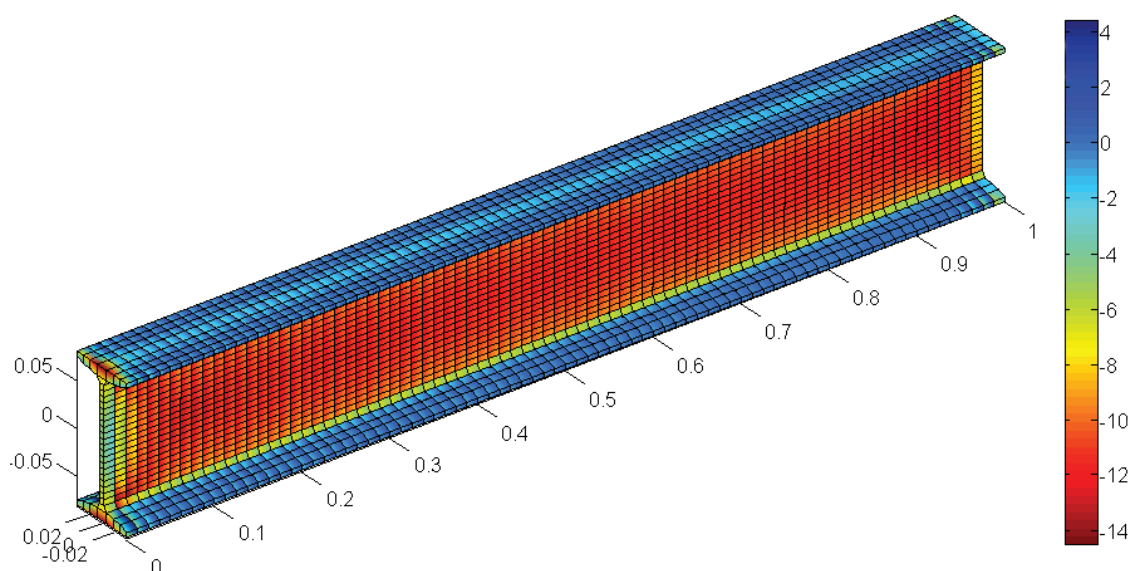
Smykové napětí je u válcovaných profilů typu I nebo H přenášeno převážně stojinou průřezu. Průběh posouvající síly je v tomto případě konstantní o hodnotě 10 kN. Smykové napětí uprostřed průřezu lze určit podle Grashofova vzorce (21).

$$\tau_{xz} = \frac{V \cdot S_y}{I_y \cdot t_w} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 6,97 \cdot 10^{-5}}{9,34 \cdot 10^{-5} \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}} = 11,84 \text{ MPa} \quad (21)$$

Průhyb konzoly konstantního průřezu lze určit podle vzorce.

$$w = \frac{F \cdot l^3}{E \cdot I_y} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 1^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 9,34 \cdot 10^{-5}} = 1,7 \text{ mm} \quad (22)$$

Výsledky z numerické analýzy se od analytického řešení liší z několika důvodů. V numerickém modelu jsou určovány hodnoty neznámých veličin v jednotlivých uzlech, resp. integračních bodech numerické integrace. Aproximací geometrie průřezu ve srovnání s tabulkovými hodnotami dochází také k mírným odchylkám. MKP model je závislý na velikosti konečnoprvkové sítě.



Obr. 13: Průběh smykového napětí τ_{xz} [MPa] na konzole, vzorový příklad [23]

Výsledky analytického řešení a numerické analýzy jsou uvedeny v tabulce tab. 2. Hodnoty napětí jsou brány jako průměrné hodnoty na konečném prvku v požadovaném místě (normálové napětí - pásnice, smykové napětí uprostřed výšky průřezu).

	průhyb [mm]	normálové napětí σ_x [MPa]	smykové napětí τ_{xz} [MPa]
analytické řešení	1,70	85,47	11,84
numerické řešení	1,82	83,22	11,54

Tab. 2: Srovnání analytického a numerického řešení, validační příklad

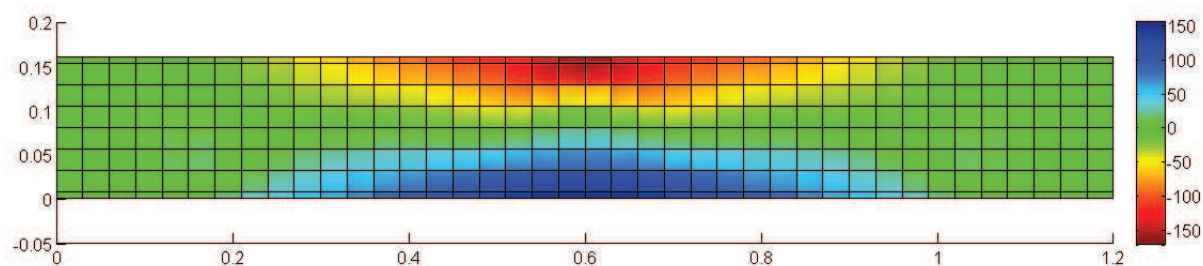
Z vypočtených hodnot jsou patrné pouze malé odchylky jak pro hodnoty napětí, tak pro deformaci. Svislý průhyb vychází z numerického řešení o 7% vyšší. Normálové napětí se vzájemně liší o 2,7% a smykové napětí vychází pro analytické řešení o 2,6% větší. Tyto hodnoty byly uváženy jako dostatečně přesné. Vytvořený algoritmus byl využit k analýze dále uvedených příkladů.

4.5 SROVNÁNÍ ROVINNÉHO A PROSTOROVÉHO MODELU

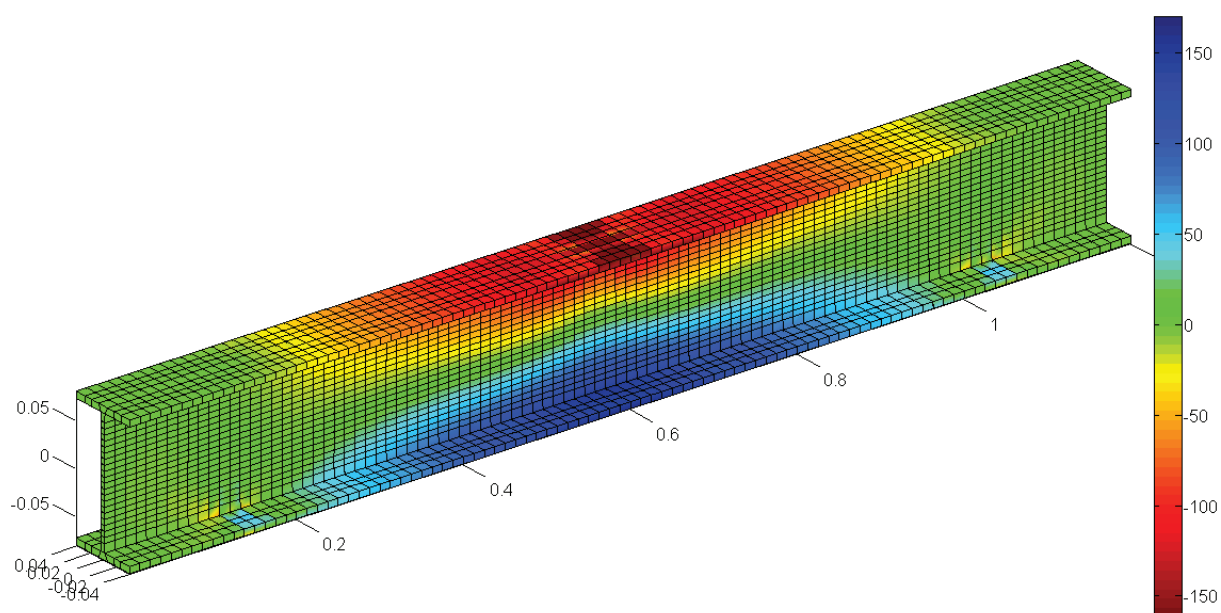
Tato práce se zabývá modelováním ocelových nosníků v místech s lokální koncentrací napětí nebo lokálním zatížením. V těchto případech je pro zachycení skutečného chování nutné zohlednit také materiálovou či geometrickou nelinearitu. Z hlediska výpočetních modelů je možné využít prutové, rovinné nebo prostorové modely. Pokud je snahou popsat chování detailu konstrukce, pak je obvykle prutový model nedostačující a přistupuje se k využití náročnějších výpočetních modelů.

K porovnání obou druhů modelů byl využit příklad prostého nosníku se silovým zatížením o velikosti 80 kN působícím uprostřed rozpětí. Průřez nosníku byl zvolen válcovaný ocelový profil IPE 160. Prostorový numerický model byl počítán výše popsaným algoritmem, zatímco k rovinnému modelu byl využit algoritmus využívající čtyřuzlový izoparametrický stěnový prvek [23]. Lineárním výpočtem bylo vyhodnoceno normálové napětí σ_x . Vypočtená napětí pro jednotlivé varianty modelu jsou uvedena na obrázcích 14 a 15.

Z uvedených obrázků vyplývá, že pro oba výpočetní modely je shodný průběh napětí. V horních vláknech průřezu vznikají tlaková napětí o velikosti 150 MPa. V dolních vláknech vzniká v obou případech očekávaně tahové napětí o podobné velikosti.



Obr. 14: Normálové napětí σ_x [MPa] na nosníku, 2D model



Obr. 15: Normálová napětí σ_x [MPa] na nosníku, 3D model

Pro případ plastického chování materiálu je možné zohlednit nelineární materiálové chování pro modely 2D i 3D. U rovinného modelu ovšem není možné zohlednit stabilitní problémy ocelových prvků. Nabízí se tedy možnost použít zakřivený skořepinový model nebo prostorový model. Oba typy jsou v této práci dále využity.

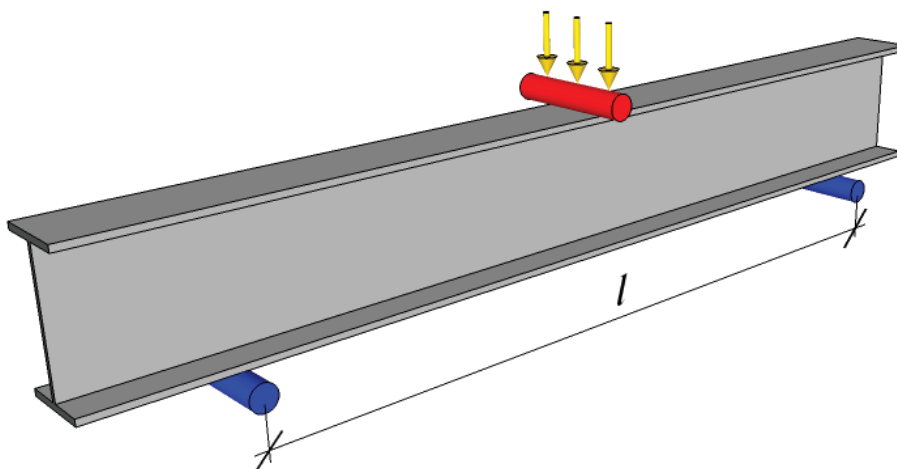
5 EXPERIMENTÁLNÍ PROGRAM VÁLCOVANÝCH NOSNÍKŮ

Experimentální program je zaměřen na problematiku konstrukčních detailů ocelových nosníků, zejména pak na rozvoj plastických deformací a určení kolapsu konstrukčního prvku vystaveného lokálnímu namáhání. Experimentální program zahrnuje zkoušky tříbodovým ohybem. V místě působení osamělého břemene je průřez bez úprav, oslaben otvory nebo vyztužen výztuhou. Zvolené varianty vycházejí z typických konstrukčních úprav, se kterými je možné se setkat u sanací a rekonstrukcí budov, zejména v místech, kde je potřeba zachovat konstrukční prvek jako celek. Významnou roli v návrhu ocelové konstrukce hraje také plasticita. Se vznikem trvalých deformací a určením kolapsu konstrukce jsou svázány návrhy konstrukcí v seizmicky zasažených oblastech. Primárním cílem je navrhnout vždy co nejbezpečnější, nejekonomičtější a architektonicky zdařilou konstrukci.

Experimentální program byl rovněž sestaven s ohledem na možnosti laboratorního vybavení Laboratoře stavebních hmot Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava.

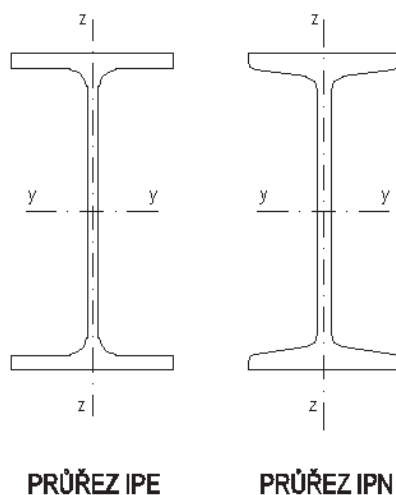
5.1 TESTOVANÉ PRŮŘEZY

Experimentální část zahrnuje testy tříbodovým ohybem (obr. 16) prováděné na ocelových válcovaných průřezích. Zatěžování bylo prováděno přírůstkem deformace. Celkem byly provedeny dvě série testů. Experimentální testování tříbodovou zkouškou ohybem bylo doplněno o doplňkové měření a zkoušky. Měření byly zjištěny rozměrové tolerance průřezů a rovněž byly provedeny tahové zkoušky vybraných částí stojiny a pásnic.



Obr. 16: Schéma experimentu

Pro experimenty byly zvoleny průřezy IPN a IPE. Tyto válcované průřezy jsou standardně navrhovány pro pozemní stavby. Jejich aplikace může být například na překlady, průvlaky, střešní vaznice apod. Průřezy I jsou charakterizovány svou geometrií. Hlavní rozdíl u těchto průřezů je v místě pásnic. U profilů IPN jsou vytvořeny náběhy, které zvětšují plochu pásnic a tak pozitivně ovlivňují únosnost průřezu na ohyb. Pro průřez IPE jsou typické obdélníkové pásnice bez náběhu. Tento typ se vyznačuje nižší hmotností a jednodušším provedením šroubových spojů.



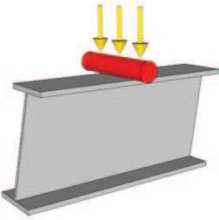
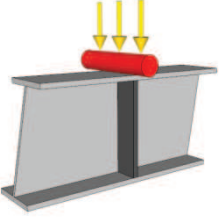
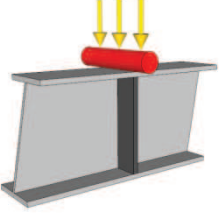
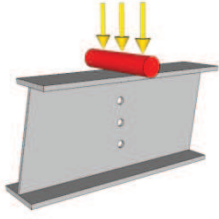
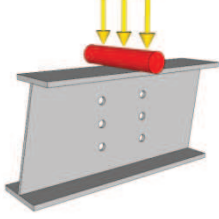
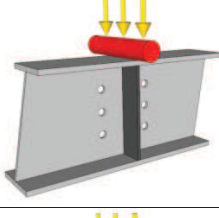
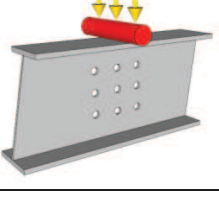
Obr. 17: Válcované ocelové průřezy IPE a IPN

V první sérii byly provedeny ohybové zkoušky na nosnících průřezu IPN [20], jednotlivé vzorky se lišily typem průřezu a různou geometrií uložení (tab. 3). Pro průřez IPN 120 a IPN 100 byla upravena geometrie testování tak, že rozpětí podpor nosníku činilo 740 mm. Pro průřezy IPN 160 bylo rozpětí zvoleno dle možností testovacího stroje na 900 mm. Celková délka nosníku byla 1200 mm.

označení	průřez	vzdálenost podpor	ohyb na osu
ZK01	IPN 160	900 mm	y-y
ZK02	IPN 160	900 mm	y-y
ZK03	IPN 120	740 mm	y-y
ZK04	IPN 100	740 mm	y-y

Tab. 3: Typy experimentálních vzorků IPN

Druhá série zahrnovala pouze nosníky průřezu IPE 160. Nosníky se lišily variantou úpravy průřezu. Byly zohledněny varianty neupraveného průřezu, vyztuženého, oslabeného a také vzájemné kombinace (tab. 4). Zkouška ohybem pro všechny vzorky probíhala s konstantním rozpětím podpor 900 mm. Délka nosníku činila opět 1 200 mm.

označení	úpravy nosníku	počet vzorků	schéma úprav
A	Bez úprav	2	
B	Výztuha 5 mm	2	
C	Výztuha 8 mm	2	
D	Otvory 3 x 12 mm	2	
E	Otvory 6 x 12 mm	2	
F	Výztuha 8 mm, otvory 6 x 12 mm	1	
G	Otvory 9 x 12 mm	1	

Tab. 4: Typy experimentálních vzorků IPE

6 VÁLCOVANÉ NOSNÍKY PRŮŘEZU IPN

První série experimentů byla zaměřena na nosníky s průřezem IPN 160, IPN 120 a IPN 100. Součástí experimentálního měření byly také vyhodnoceny rozměry profilů a materiálové charakteristiky oceli.

6.1 ROZMĚROVÉ TOLERANCE

U válcovaných nosníků je z hlediska výroby dovolená tolerance rozměrů. Podle normy ČSN EN 10034 je míra tolerance rozměrů rozdělena dle typu a velikosti průřezu. Na nosnících průřezu IPN 160 byly vyhodnoceny tloušťky příruby a stojiny.

IPN 160	nominální hodnoty [mm]	tolerance [mm]	kladná tolerance [mm]	záporná tolerance [mm]
stojina	6,3	+ 0,5 / - 1	6,8	5,3
příruba	9,5	+ 2 / - 1	11,5	8,5

Tab. 5: Rozměrové tolerance tlouštěk profilu IPN 160

V tabulce č. 5 jsou uvedeny nominální hodnoty rozměrů stojiny a pásnice průřezu IPN 160. U nosníků průřezu IPN 160 je tedy možné naměřit tloušťku příruby od 8,5 mm do 11,5 mm. Na každém vzorku byla naměřena tloušťka příruby ve 12 místech, tedy vždy ve třech místech na každé části příruby.

ROZMĚRY PÁSNIC

tloušťka příruby	X_s [mm]	σ_s [mm]	minimum [mm]	maximum [mm]
pravá strana	9,67	0,24	9,51	10,10
levá strana	9,40	0,29	8,91	9,80
celkem	9,53	0,30	8,91	10,10
nominální hodnota	9,50	-	8,50	11,50

Tab. 6: Tloušťka pásnice profilu IPN 160

Všechny naměřené hodnoty se nacházejí v intervalu dovolených limitů pro přírubu. Ze získaných hodnot se projevila odlišnost v tloušťce příruby na profilu. Rozdělíme-li průřez podle osy z-z (obr. 17), pak na jedné straně průřezu byly zjištěné tloušťky průřezu vždy

menší, než na straně druhé. Tato skutečnost lze zdůvodnit technologií výroby nosníku válcováním za tepla.

ROZMĚRY STOJINY

Obdobně byly vyhodnoceny tloušťky stojin jednotlivých nosníků. Z uvedených tolerancí vyplývá, že pro rozměry stojiny jsou dovoleny menší odchylky od nominální hodnoty.

tloušťka	X_s [mm]	σ_s [mm]	minimum [mm]	maximum [mm]
stojina	6,57	0,08	6,40	6,70
nominální hodnota	6,30	-	5,30	6,80

Tab. 7: Tloušťka pásnice profilu IPN 160

Střední hodnota tloušťky stojiny byla stanovena na 6,57 mm. Minimální naměřená hodnota činí 6,40 mm a maximální zjištěná hodnota 6,70 mm. Naměřené rozměry stojiny tedy odpovídají dovoleným tolerancím.

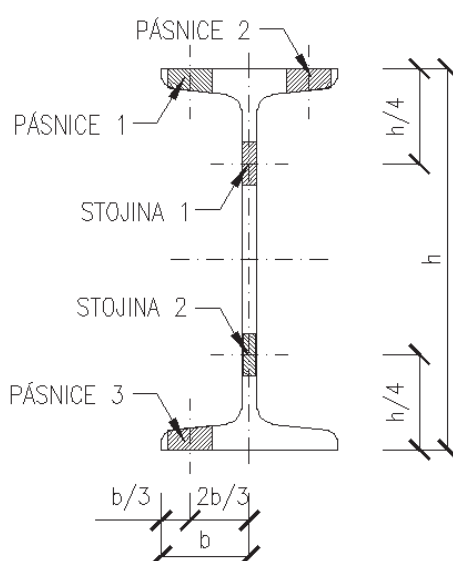
6.2 FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI OCELI PROFILU IPN

Dle parametrů výrobce byly zkoumané vzorky zařazeny do jakosti S235. Pro tuto jakost je charakteristická mez kluzu 235 MPa a pevnost 360-510 MPa. Tyto hodnoty reprezentují dolní 5% kvantil ze stochastického rozdělení fyzikálních vlastností jakosti oceli S235.



Obr. 18: Ocelové vzorky po provedení zkoušky tahem

Pro numerický model jsou fyzikální parametry jedním z klíčových parametrů. Zejména pro následnou analýzu byly provedeny tahové zkoušky z experimentálních vzorků. K vyhodnocení materiálových vlastností oceli slouží typizovaná zkouška tahem. Vyhodnocované vlastnosti byly: modul pružnosti, mez kluzu, pevnost a tažnost. Standardizovaný postup provádění tahových zkoušek kovových materiálů je uveden v ČSN EN ISO 6892-1 a ČSN EN 10025-1. Mimo standardizované zkoušky, které se u ocelových válcovaných profilů IPE a IPN odebírají z části pásnic, byly provedeny zkoušky tahem z oblasti stojiny. Z vybraných profilů bylo odebráno vždy 5 vzorků (obr. 19), ze kterých byly provedeny zkoušky tahem se záznamem (obr. 20).



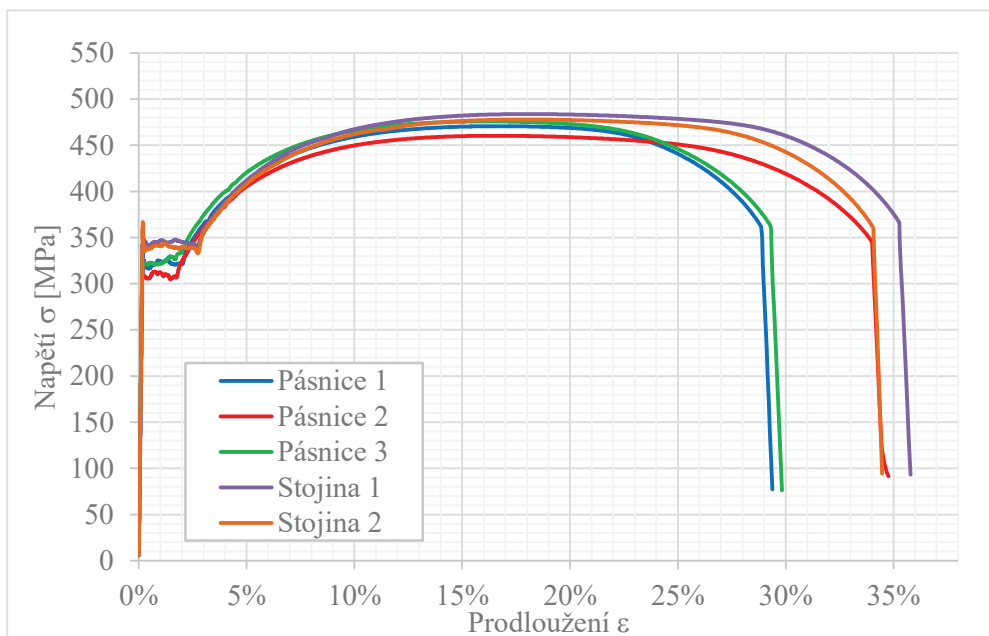
Obr. 19: Vybrané části průřezu IPN pro tahové zkoušky

Dále uvedená tabulka obsahuje střední hodnoty a směrodatné odchylky ze získaných dat z tahových zkoušek. V posledním řádku tabulky jsou pro srovnání uvedeny deklarované hodnoty materiálových charakteristik oceli S235.

	E [GPa]		f_y [MPa]		f_u [MPa]	
	X_s	σ_s	X_s	σ_s	X_s	σ_s
celkem	201,3	18,7	342,5	13,3	476,7	7,7
pásnice	201,2	20,6	339,5	12,1	476,0	7,8
stojina	201,4	17,0	352,5	19,4	477,8	8,1
deklarované hodnoty S235	210,0		235,0		360,0 - 510,0	

Tab. 8: Materiálové vyhodnocení IPN, střední hodnoty E , f_y , f_u

V prvním sloupci tabulky 8 jsou uvedeny střední hodnoty modulu pružnosti. Ze zkoušek tahem byla stanovena střední hodnota modulu pružnosti 201,3 GPa. Tato hodnota je oproti deklarované hodnotě 210 GPa nižší o pouhých 4,2 %. Nižší hodnota modulu pružnosti negativně ovlivní deformace nosníku, ale ve srovnání s absolutní hodnotou modulu pružnosti je tento vliv zanedbatelný.



Obr. 20: Záznam vybraných tahových zkoušek testovaného profilu IPN 160

Třetí sloupec uvádí naměřené střední hodnoty meze kluzu f_y . Zde je patrná odchylka od hodnot naměřených na stojině a pásnici. Střední hodnota meze kluzu na pásnici byla v tomto případě nižší o 13 MPa, než na stojině. Tato skutečnost je zřejmě ovlivněna technologií výroby válcovaného profilu. Průměrná pevnost oceli byla stanovena na 476,7 MPa. Ve srovnání s hodnotami meze kluzu je pevnost po výšce průřezu téměř konstantní.

6.3 VYHODNOCENÍ EXPERIMENTÁLNÍCH ZKOUŠEK PROFILU IPN

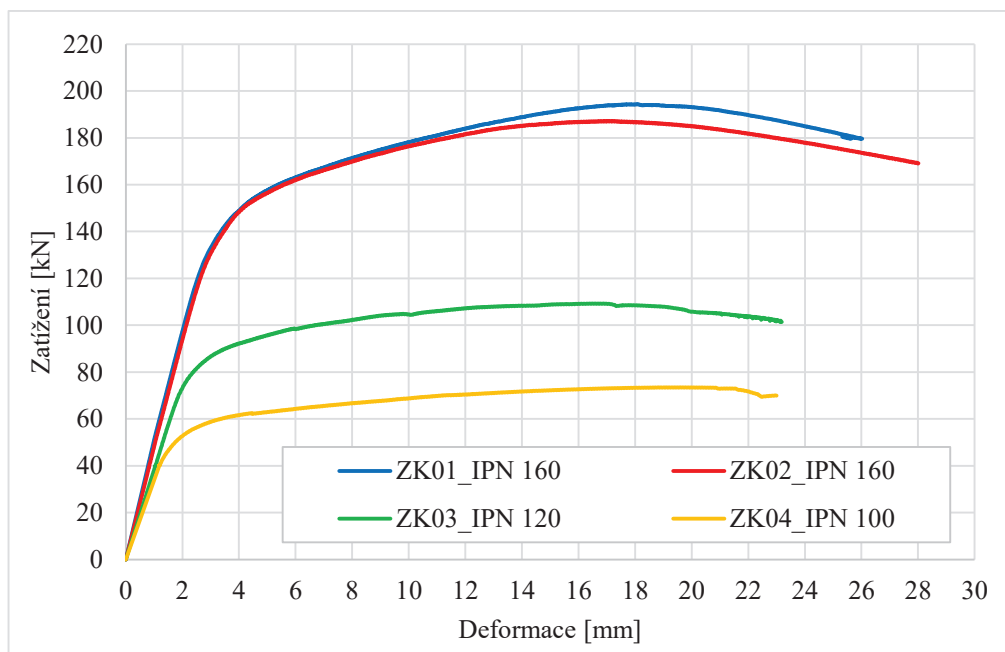
Celkem byly provedeny 4 ohybové zkoušky nosníků s průřezem IPN. Z každého testu byl stanoven záznam závislosti průhybu na zatížení (zatěžovací diagram). Průhyb byl měřen uprostřed rozpětí během testování. Na vzorku byly vyhodnoceny stavy reprezentující oblast prvních plastických deformací, limitní únosnost, referenční hodnota únosnosti pro deformaci $l/50$ (kde l je vzdálenost podpor) a kolaps nosníku.

Záznam z ohybových zkoušek průřezů IPN je uveden na obrázku 21. Graf zobrazuje zatěžovací diagramy pro zkoumané průřezy. V počáteční fázi elastického přetváření je patrný shodný průběh křivek. Dále je průběh rozdílný zejména vlivem průřezových charakteristik. Po dosažení elastické únosnosti docházelo u každého nosníku ke vzniku plastických deformací. Při dalším přetížení již dochází k postupné plastizaci pásnic a současně také k deformacím na stojině.

vzorek	počátek plastizace		$l/50$		maximální únosnost		rezerva průřezu
	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	
ZK01	2,9	129,8	18,0	186,2	18,1	194,4	49,8
ZK02	2,8	126,5	18,0	191,4	17,0	187,2	48,0
ZK03	2,0	72,4	14,8	108,7	16,6	109,3	50,9
ZK04	1,6	48,1	14,8	71,8	19,6	73,5	52,8

Tab. 9: Mezní hodnoty únosnosti průřezů IPN

U nosníků byla také vyhodnocena rezerva únosnosti. Velikost rezervy únosnosti je uvedena v tabulce č. 9. Hodnota rezervy byla určena jako poměr počátku plastizace a limitní únosnosti průřezu. Počátek plastizace byl určen ze zatěžovacího diagramu jako bod zatěžovací křivky, kdy došlo k odchýlení od očekávaného lineárního průběhu zatížení o zvolenou hodnotu 10%. Maximální únosnost reprezentuje nejvyšší přenesené zatížení.



Obr. 21: Zátěžové diagramy nosníků s průřezem IPN

Pro nosník IPN 100 byla stanovena nejvyšší rezerva únosnosti 52,8 %. Podrobné vyhodnocení je uvedeno v tabulce č. 9. Pro ostatní nosníky je rezerva v únosnosti prvku do 50 %. Kolaps nosníků vyvolalo ve všech případech boulení stojiny pod působícím břemenem. Navýšení únosnosti je možné provést například dodatečnou výztuhou. Varianty s výztuhami jsou popsány u druhé série experimentů nosníků s profilem IPE.

Z uvedených hodnot v tabulce č. 9 je patrné, že pro nižší průřez (menší moment setrvačnosti) dochází ke vzniku plastických deformací při nižším zatížení. Stejný závěr lze vyvodit pro další sloupec, ve kterém jsou uvedeny hodnoty zatížení pro průhyb $1/50$ rozpětí. Tyto výsledky jsou vzhledem k průřezovým charakteristikám a tuhosti nosníku očekávané.

7 NUMERICKÁ ANALÝZA NOSNÍKŮ IPN

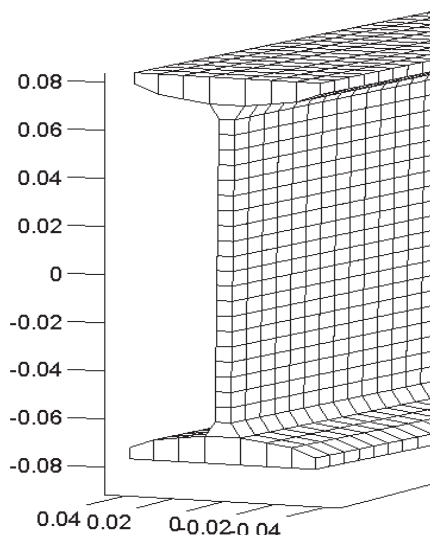
Následující kapitola je věnována numerickým modelům válcovaných nosníků průřezu IPN [21]. Pro numerické modely byl využit výpočetní program vytvořený v programovém prostředí Matlab [18], který je podrobně popsána v kapitole 4. Pro modelování vybraných případů byl využit také software ANSYS [16]. Prezntované výsledky uvádějí zatěžovací diagramy získané z numerických modelů. Cílem variantních výpočtů bylo zjištění chování a citlivost matematického modelu s přihlédnutím k různým materiálovým předpokladům. Pro výpočty byl primárně zvolen vytvořený algoritmus. Zvolené varianty materiálového modelu jsou: ideálně pružnoplastický materiál a pružnoplastický materiál se zpevněním. Při tvorbě materiálových modelů se vycházelo z konkrétní fyzikální vlastnosti zkoušeného materiálu. Celkem byly zohledněny 3 numerické modely pro každý testovaný nosník. Prvním materiálovým modelem je ideálně pružnoplastický model. Po dosažení meze plasticity, která je určena hodnotou zjištěné meze kluzu 342,5 MPa, je deklarovaná nulová tuhost materiálu. Druhý materiálový model je opět pružnoplastický. Napětový stav je v tomto případě omezen naměřenou pevností oceli 476,7 MPa. Třetí materiálový model je pružnoplastický model se zpevněním. Počátek plastických deformací vychází ze zjištěné meze kluzu 342,5 MPa. Po překročení této hodnoty napětí, je nastavena tuhost materiálu na 716,75 MPa. Tato tuhost odpovídá tuhosti vypočtené z meze kluzu, pevnosti materiálu a jejich příslušných přetvoření. Podkladem bylo statistické vyhodnocení tahových zkoušek oceli popsaných v minulé kapitole. Uvážené materiálové modely jsou uvedeny v následující tabulce.

materiálový model	mez plasticity [MPa]	zpevnění [MPa]
ideálně pružnoplastický	342,5	-
ideálně pružnoplastický	476,7	-
pružnoplastický se zpevněním	342,5	716,75

Tab. 10: Aplikované materiálové modely pro numerické modely nosníků IPN

Výpočetní modely byly vytvořeny tak, aby co nejvíce odpovídaly prováděnému experimentu. Jednalo se o prostorové úlohy liniově zatížené a podepřené. Podpory byly umístěny napříč dolní pásnice v požadované vzdálenosti. Zatížení bylo zvoleno silové spojitě

uprostřed rozpětí horní pásnice. Protože zatížení působilo silově, nelze modelovat sestupnou větev zatěžovacího diagramu. Ukončovací podmínku tvořila podmínka maximálního průhybu, popřípadě byl výpočet ukončen numerickou divergencí. Sít konečných prvků byla rozdělena ve všech numerických modelech obdobně. Typické rozdělení konečnoprvkové sítě v řezu nosníkem je uvedeno na obrázku 22. Po délce byl nosník rozdělen na stejné řezy o tloušťce 12,5 mm.



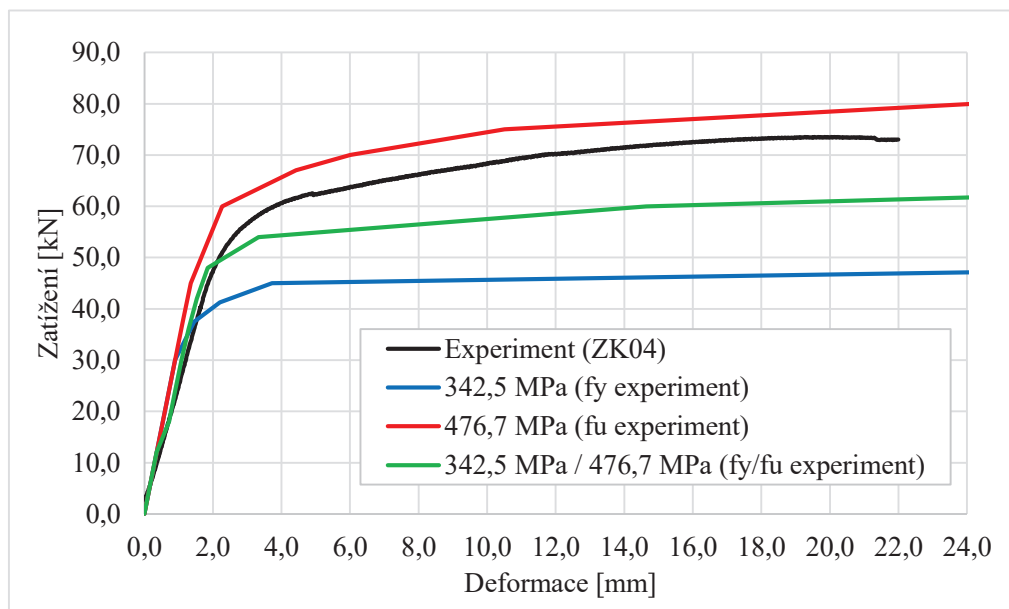
Obr. 22: Sít konečných prvků na průřezu IPN 160, Matlab

Výpočetní model představoval prostý nosník průřezu IPN zatížený uprostřed rozpětí. Průřez byl aproximován tak, aby byly zachovány průřezové charakteristiky modelovaného profilu. Rozdíl mezi nominální a modelovanou plochou průřezu činil 4,0 %. Nominální hodnota momentu setrvačnosti průřezu byla o 4,7 % větší, než u numerického modelu. Tyto odchylky jsou malé a jejich vliv na výpočet je minimální.

7.1 NOSNÍK IPN 100

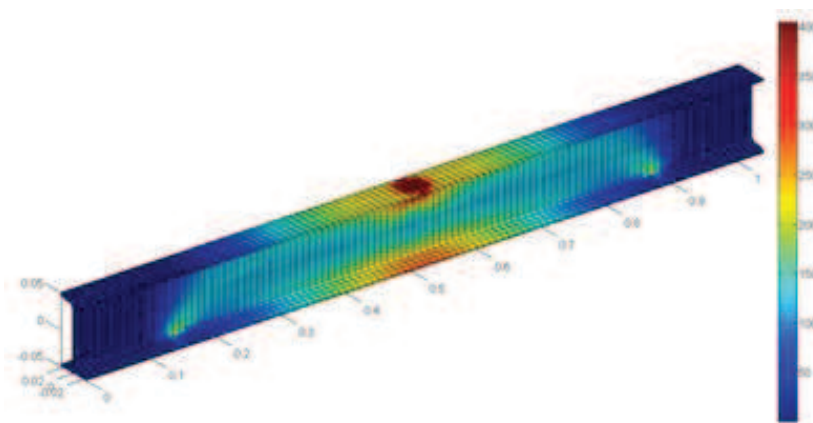
První experimentální měření bylo zaměřeno na nosník průřezu IPN 100. U tohoto testu činila vzdálenost podpor 740 mm. Únosnost zjištěná experimentálním měřením činila 73,5 kN. Rozdíl mezi vznikem plastických deformací a limitní únosností nabývá přibližně 20 kN. U tohoto vzorku se projevila 52% rezerva v únosnosti průřezu. Tedy po změknutí materiálu v okolí působícího zatížení narůstala celková deformace průhybu téměř až k 20 mm. Nízká tuhost v oblasti plastických deformací byla numerickými modely výstižně popsána.

Pro různé matematické modely (obr. 3) je viditelná různá závislost mezi působícím zatížením a vyvolanou deformací. Nejnižší únosnost byla dosažena při použití ideálně pružnoplastického materiálového modelu s mezí plasticity 342,5 MPa. První plastické deformace se projeví již při zatížení 40 kN. Tento model nedosahoval ani v další fázi hodnot získaných během experimentu.



Obr. 23: Zatěžovací diagramy, numerické modely Matlab, IPN 100

Pro další materiálový model byl zvolen stejný materiálový model s mezí plasticity 476,7 MPa. Tato hodnota odpovídala střední hodnotě pevnosti oceli z tahových zkoušek. Na obrázku 23 je výsledek z tohoto modelu zobrazen červenou čarou. Ve srovnání s předchozím materiálovým modelem dosahují vypočtené hodnoty vyšších hodnot. Vznik plastických deformací je podobný jako u dat z experimentu.



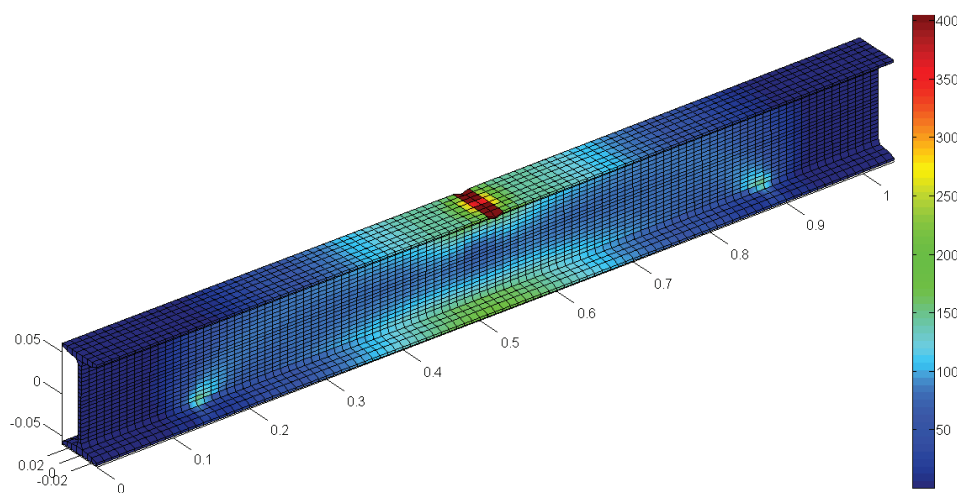
Obr. 24: Napětí Von Mises [MPa], zatížení 48 kN, IPN 100, Matlab

Třetí materiálový model je pružnoplastický model se zpevněním. První plastické deformace byly zaznamenány při nižším zatížení než u dat z testu. Postupný pokles tuhosti ovšem kopíruje pokles tuhosti experimentálního měření. Výsledné hodnoty jsou ovšem o 5 kN - 7 kN vyšší.

7.2 NOSNÍK IPN 120

Dalším testovaným vzorkem byl nosník IPN 120. Zkouška tříbodovým ohybem byla provedena pro rozpětí 740 mm. U tohoto vzorku byly provedeny numerické modely s identickými materiálovými modely jako pro nosník IPN 100. Chování nosníku IPN 120 bylo velmi obdobné chování nosníku s nižším průřezem. Rezerva v únosnosti od vzniku prvních plastických deformací po maximální únosnost činila 50,9 %.

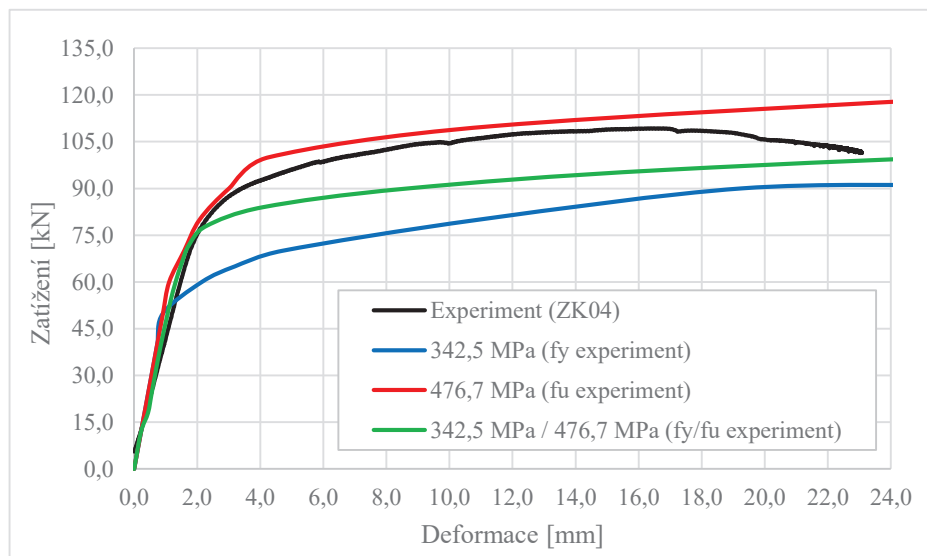
Obrázek 25 zobrazuje průběh napětí Von Mises na nosníku zatíženého silou 75 kN. Špičky napětí se objevují v místech působitě zatížení. Na obrázcích 24 a 25 je patrný rozdíl v rozložení napětí ve stojině průřezu. Oba obrázky zachycují stejný materiálový model. Při vzniku prvních plastických deformací je ovšem patrné, že u vyššího profilu je plastická oblast pouze v místě působitě zatížení, zatímco u nižšího profilu je očekávaný prudší pokles únosnosti vlivem větší zplastizované oblasti.



Obr. 25: Napětí Von Mises [MPa], zatížení 75 kN, IPN 120, Matlab

Numerický model zohledňující pružnoplastický materiál, s mezí plasticity omezenou napětím na mezi kluzu, vykazoval plastické deformace při nižším zatížení. Dostatečná rezerva v únosnosti se projevila také v numerickém modelu. Díky relativně malému přírůstku zatížení došlo ke konvergenci řešení při zatížení cca 90 kN. Díky tomuto výsledku je tuhost modelu

v oblasti plastických deformací větší, než u předchozího případu. Hodnoty únosnosti však pro tento model nedosahovaly hodnot zatížení získaného při testech.



Obr. 26: Zatěžovací diagramy, numerické modely Matlab, IPN 120

Obdobná tendence byla sledována u pružnoplastického modelu s mezí plasticity 476,7 MPa. Na obrázku 32 je patrná pouze malá odchylka od experimentálního měření.

Poslední numerický model zohledňoval pružnoplastický materiálový model se zpevněním. Očekávaně se výsledná křivka zatěžovacího diagramu nachází mezi dříve uvedenými křivkami (modely). Typickým aspektem pro tento model je výskyt počáteční plastizace při podobném zatížení, jako bylo naměřeno u testu. Následná tuhost numerického modelu ovšem klesá mnohem prudčeji. Pro plastickou oblast je vyhodnocen velmi podobný průběh srovnatelný s experimentem. Limitní únosnosti ovšem nebylo dosaženo.

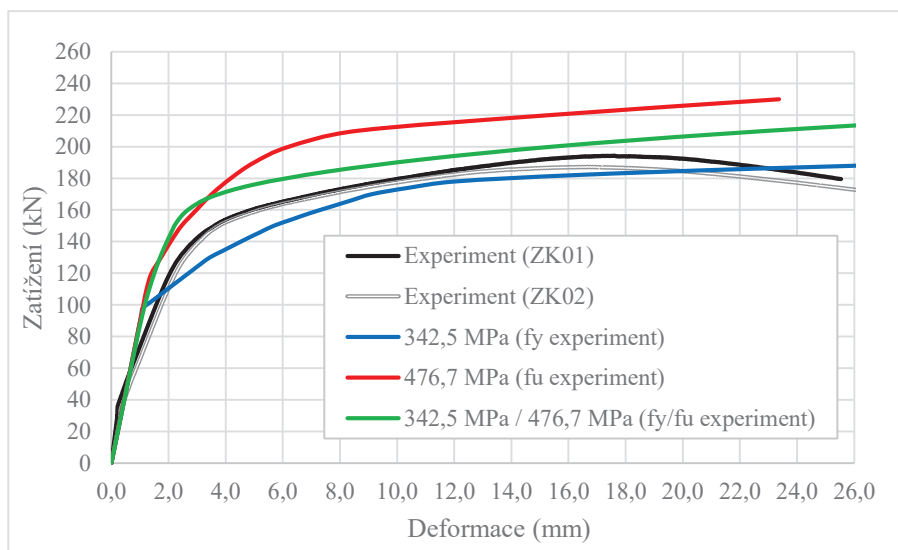
7.3 NOSNÍK IPN 160

Dalšími testovanými vzorky byly nosníky průřezu IPN 160 [24]. Vzhledem k velmi podobným materiálovým vlastnostem i v tomto případě byly využity stejné typy materiálového modelu oceli. Numerický model vycházel z geometrie experimentu. Vzdálenost podpor činila 900 mm. Zatížení působilo deformačně uprostřed rozpětí.

7.3.1 VÝPOČTY V PROGRAMU MATLAB

Závěry z předešlých MKP modelů byly potvrzeny také v následujících modelech. První modelovaný pracovní diagram byl bilineární (ideálně pružnoplastický) [25]. Pro mez

plasticity 342,5 MPa byl zaznamenán vznik plastických deformací již při hodnotě 100 kN. Druhý bilineární materiálový model omezený mezí plasticity 476,7 MPa zvýšil pružnou složku zatížení až na hodnotu 120 kN. Z grafu uvedeného na obrázku 27 je zřejmý výrazný rozdíl v únosnosti určený numerickým modelem ve srovnání s experimentem.



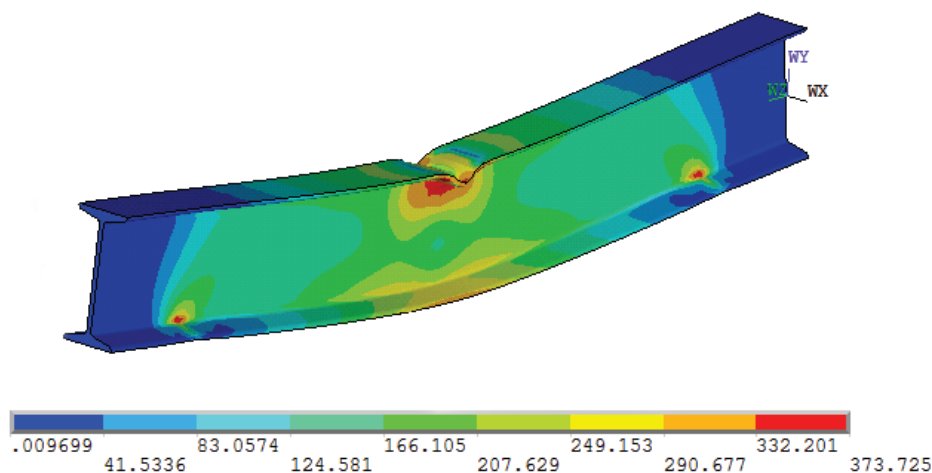
Obr. 27: Zatěžovací diagramy, numerické modely Matlab, IPN 160

Pružnoplastický materiálový model se zpevněním vykazoval na křivce zatěžovacího diagramu stejný počátek vzniku plastických deformací. Následná tuhost konstrukčního prvku kopírovala průběh zátěžové křivky z experimentu. S narůstajícím průhybem se rozdíl mezi experimentem a numerickým modelem zmenšoval. V počáteční fázi zatěžování je ovšem patrná rozdílná tuhost. Tato skutečnost je ovlivněna experimentálním měřením. Zejména pak tuhostí samotného zkušebního stroje. Snížení rozdílu tuhostí může být dosaženo umělým poklesem tuhosti materiálu anebo zohledněním tuhosti podpor. Cílem však bylo určit a analyzovat chování modelu po překročení pružných deformací a proto nebyly tyto aspekty zohledněny ve výpočtu.

7.3.2 VÝPOČTY V PROGRAMU ANSYS

K analýze válcovaných nosníků IPN 160 byl využit také program ANSYS. V tomto programu byla úloha modelovaná prostorovými prvky typu SOLID185. Podepření bylo modelováno opět liniově napříč dolní pásnicí. Zatížení bylo umístěno uprostřed horní pásnice a působilo konstantním přírůstkem deformace.

Analýza v programu ANSYS zahrnovala mimo již uvedené materiálové modely i modely jiné. Další použitý materiálový model vycházel z Ramberg-Osgoodovy funkce. V některých případech je možné aproximovat materiálový model náhradní funkcí.



Obr. 28: Napětí Von Mises [MPa], multilineární materiálový model, zatížení 157 kN, ANSYS, IPN 160

V předpisu Ramberg-Osgoodovy (24) funkce značí σ napětí v konstrukci, E modul pružnosti oceli, $\varepsilon_{0,e}$ plastické přetvoření při dosažení mezní hodnoty napětí a f_e mezní hodnotu napětí. Mocnitel n je určen v závislosti na jiném bodu získaném z pracovního diagramu.

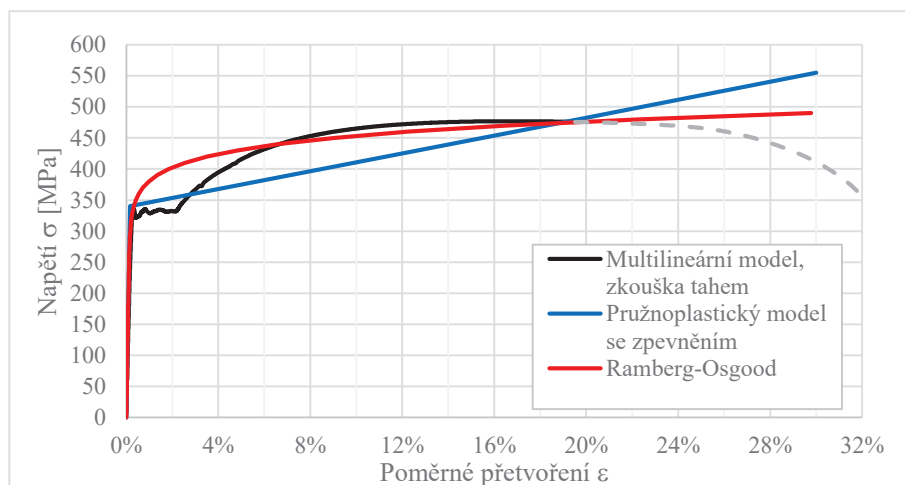
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_{0,e} \left(\frac{\sigma}{f_e} \right)^n \quad (23)$$

Ramberg-Osgoodova aproximace pracovního diagramu oceli vychází z meze kluzu a meze pevnosti konkrétního materiálu. Pevnost a mez kluzu včetně příslušných poměrných deformací tvořily také výchozí parametry pro tvorbu materiálového modelu se zpevněním. Tyto hodnoty byly stanoveny z tahové zkoušky pásnice profilu IPN 160. Hodnoty napětí a příslušných poměrných deformací jsou uvedeny v následující tabulce.

	napětí σ [MPa]	celkové poměrné prodloužení ε [%]
mez kluzu oceli	340,0	0,17
pevnost oceli	475,0	19,00

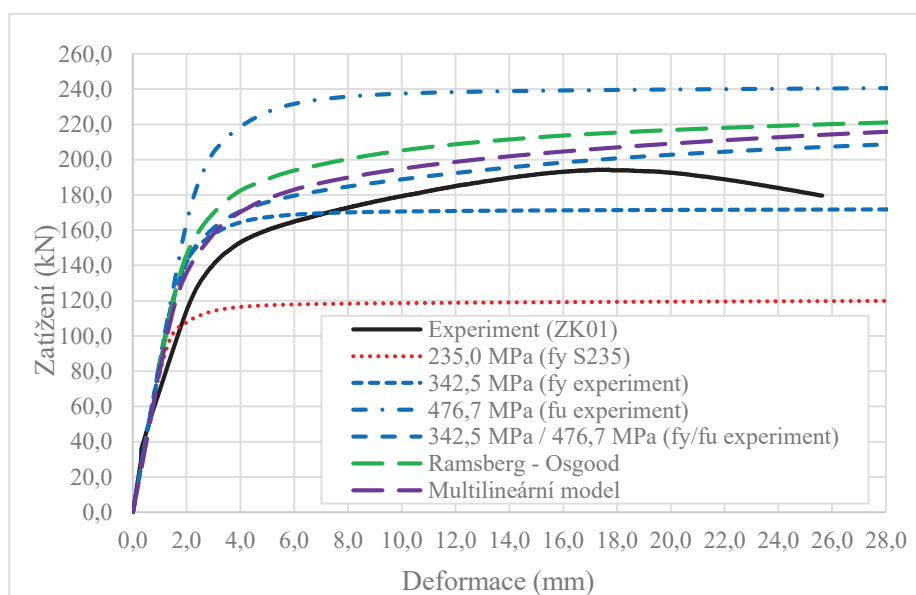
Tab. 11: Mezní hodnoty únosnosti průřezů IPN

Posledním aplikovaným modelem byl model multilineární. Jako podklad k jeho vytvoření opět sloužil záznam z tahové zkoušky oceli modelovaného nosníku. Aproximace tohoto modelu spočívala v rozdělení na jednotlivé úseky pracovního diagramu. V každém úseku byla stanovena lineární závislost mezi přírůstkem napětí a přírůstkem poměrného prodloužení.



Obr. 29: Materiálové modely aplikované v programu ANSYS

K obecnému přehledu vytvořených materiálových modelů je určen obrázek č. 29, na kterém je zobrazen pružnoplastický model se zpevněním, Ramberg-Osgoodova funkce a multilineární materiálový model, který kopíruje zkoušku tahem. Na obrázku jsou také patrné dva společné body pro všechny uvedené modely. Tyto body tvoří výchozí hodnoty pro aproximaci těmito materiálovými modely.



Obr. 30: Zatěžovací diagramy, numerické modely ANSYS, IPN 160

Numerické modely zohledňovaly stejné materiálové modely jako analýza prováděná algoritmem v programu Matlab. Tyto varianty jsou zobrazeny na obrázku 30 modrou barvou. Z dříve použitých modelů materiálu nejpřibližněji vystihuje chování experimentu materiálový model se zpevněním. Navíc je zde uveden výpočet s bilineárním materiálovým modelem omezením 235 MPa, což odpovídá charakteristické hodnotě meze kluzu zkoušené oceli. Jak je z uvedených křivek patrné, maximální únosnost je vzhledem k experimentu podhodnocena. Z hlediska návrhu lze tento výpočet označit za velmi bezpečný. Rozdíl v únosnosti mezi experimentem a numerickým modelem činil cca 60%.

Z výsledků modelů s aproximací Ramberg-Osgoodovou funkcí vyplývá, že v počátku plastické oblasti je nadhodnocena tuhost materiálu. Tato skutečnost se projevila také u vyhodnocení výsledků z numerického modelu. Nárůst a průběh deformací u tohoto modelu odpovídá průběhu experimentu, ale přenesené zatížení dosahuje až o 25 kN větších hodnot.

Multilineární materiálový model kopírující zkoušku tahem vykazuje velmi podobný průběh zatěžovací křivky jako křivka z experimentu. Ve srovnání s aproximací Ramberg-Osgoodovou funkcí je tento materiálový model přesnější. Odchyłky od experimentálního měření jsou poloviční. Nevýhodou této aproximace je složitý materiálový model závislý na celkovém průběhu tahové zkoušky materiálu.

7.4 VYHODNOCENÍ NUMERICKÝCH MODELŮ NOSNÍKŮ IPN

Deklarované hodnoty pevnosti materiálu vycházejí ze statistického vyhodnocení materiálu. Pro zkoumaný materiál S235 činí dolní 5% kvantil meze kluzu 235 MPa. Tato hodnota byla také uvažena během výpočtů, ale již z nízké pravděpodobnosti je jasné, že k popisu chování materiálu je potřeba jiných hodnot. Ideálně pružnoplastické (bilineární) materiálové modely vykazovaly v některých případech podobný počátek vzniku plastických deformací. Následná tuhost konstrukce se však od experimentu značně lišila. Ze všech zohledněných materiálových modelů lze vyhodnotit jako nejpřesnější materiálový model pružnoplastický materiálový model se zpevněním. Průběh zatěžovací křivky určené z numerického modelu prokázal nejmenší odchylky v celém rozsahu oboru hodnot. Odchyłky numerického řešení od dat z experimentu dosahovaly rozdílu 3% - 11%. Obdobné výsledky byly dosaženy s využitím multilineárního materiálového modelu popisující tahovou zkoušku oceli. U těchto modelů však byly odchylky od experimentu vyšší.

Ke srovnání numerických modelů válcovaných nosníků byla vybrána referenční hodnota průhybu $l/50$. Pro tuto deformaci byla stanovena příslušná zatížení (tab. 12). Pro numerické modely nosníků IPN 100 a IPN 120 byla prokázána nejmenší odchylka od experimentálně naměřených hodnot pro ideálně pružnoplastický model s mezí plasticity 476,7 MPa. U nosníku IPN 100 činil rozdíl v zatížení 7%, pro nosník IPN 120 činil rozdíl 3%. Ideálně pružnoplastický model oceli modelu nosníku IPN 160 byl vyhodnocen jako model s nejmenší odchylkou od experimentálního měření. Odchylka v únosnosti pro svislou deformaci 18,0 mm nabývá hodnoty 8,1 kN. Numerický model z programu ANSYS potvrdil výsledky z numerických modelů nižších nosníků.

	průhyb $l/50$ [mm]	experiment [kN]	ideálně pružnoplastický model 342,5 MPa [kN]	pružnoplastický model se zpevnění 342,5 MPa [kN]	ideálně pružnoplastický model 476,7 MPa [kN]
IPN 100 (Matlab)	14,8	71,8	46,16	60,03	76,56
IPN 120 (Matlab)	14,8	108,7	84,63	94,49	112,01
IPN 160 (Matlab)	18,0	188,8	180,65	198,78	219,18
IPN 160 (ANSYS)	18,0		171,38	239,49	201,01

Tab. 12: Vyhodnocení numerických modelů nosníků průřezu IPN

Hodnota průhybu $l/50$ odpovídá přibližně limitní únosnosti modelovaných nosníků. Z uvedených numerických modelů vyplývá, že při použití ideálně pružnoplastického materiálového modelu s omezující podmínkou plasticity o velikosti pevnosti materiálu, bude dosaženo minimální odchylky od skutečnosti. V případě, že je cílem modelovat průběh chování materiálu pod rostoucím zatížením, nebo sledovat rozvoj plastických deformací konstrukčního prvku, je vhodné použít pružnoplastický model se zpevněním. Tento materiálový model vycházel ze znalosti meze kluzu a pevnosti materiálu, kdy hodnota zpevnění činila 716,75 MPa. Tento materiálový model také vykazoval podobný průběh zatěžovací křivky jako model multilineární, který byl vytvořen ze záznamu tahové zkoušky materiálu.

8 VÁLCOVANÉ NOSNÍKY PRŮŘEZU IPE

8.1 ROZMĚROVÉ TOLERANCE

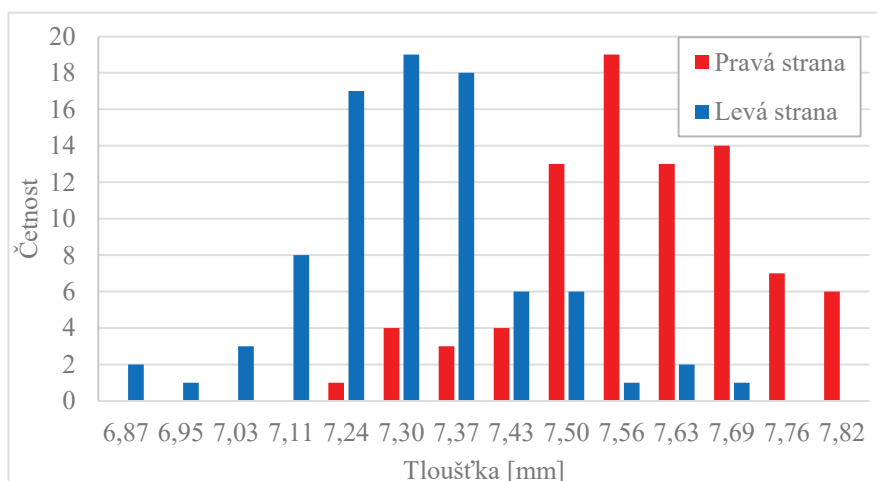
Obdobně jako u nosníků profilu IPN byly i v tomto případě vyhodnoceny rozměrové tolerance zkoumaných vzorků. Na každém vzorku byly zjištěny rozměry tloušťek příruby a stojiny. Z celé série vzorků tak vznikl statistický soubor rozměrů válcovaných nosníků. Cílem bylo zjištění geometrických imperfekcí na testovaných nosnících. Pro průřez IPE 160 jsou rozměrové tolerance tloušťky příruby a stojiny uvedené v následující tabulce.

IPE 160	nominální hodnoty [mm]	tolerance [mm]	kladná tolerance [mm]	záporná tolerance [mm]
stojina	5,0	$\pm 0,7$	5,7	4,3
příruba	7,4	+ 2 / - 1	9,4	6,4

Tab. 13: Rozměrové tolerance tloušťek profilu IPE 160

ROZMĚRY PÁSNIC

Statistickou analýzou byly vyhodnoceny rozměrové tolerance na zkoumaných vzorcích. Měření probíhalo vždy ve třech místech na každé straně pásnice, tj. na každém nosníku bylo naměřeno 12 hodnot tloušťek pásnic. Z celého souboru dat byla zjištěna závislost mezi tloušťkou pásnice a stranou průřezu.



Obr. 31: Rozdělení tloušťky pásnic na průřezu IPE

Podobná závislost v rozměrech tloušťek pásnic jako u nosníků IPN byla sledována i v tomto případě. Protože byl získán větší soubor dat, byly také vyhodnoceny histogramy pro

jednotlivé části průřezu. Označení levá a pravá strana je pouze pro textový popis. Ve skutečnosti byla vždy jedna strana průřezu s menší tloušťkou příruby, než druhá.

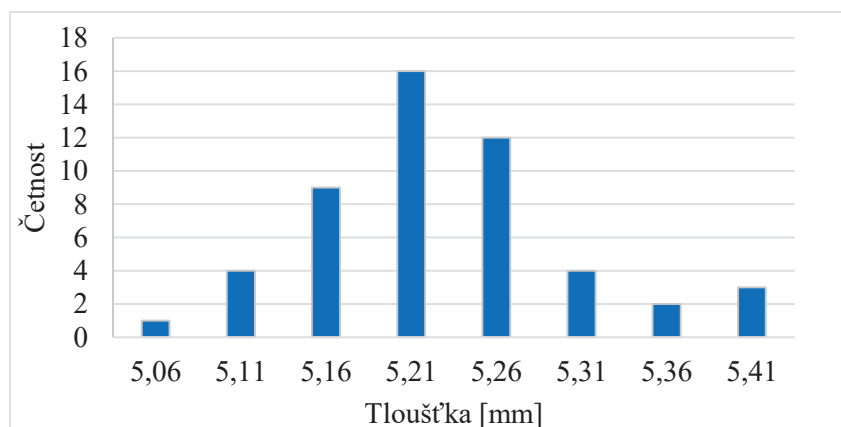
Histogramy pro rozměry strany průřezu jsou zobrazeny na obrázku 31. Pro snadnější orientaci jsou označeny modrou barvou tloušťky pásnic měřené na straně s tenčí přírubou (označená jako levá strana) a naopak červenou barvou na straně s širší přírubou (označená jako pravá strana). Nominální hodnota tloušťky pásnice pro profil IPE 160 činí 7,4 mm. V tabulce 14 jsou uvedeny výsledné hodnoty tlouštěk pásnic. Střední hodnoty pro levou a pravou stranu se liší od nominální hodnoty o 2%. Srovnáním hodnot z posledního řádku tabulky s hodnotami z předešlých řádků lze určit, že se veškeré naměřené hodnoty nachází v intervalu přípustných hodnot.

tloušťka pásnice	\bar{X}_s [mm]	σ_s [mm]	minimum [mm]	maximum [mm]
pravá strana	7,56	0,13	7,24	7,82
levá strana	7,25	0,16	6,87	7,75
celkem	7,40	0,21	6,87	7,82
nominální hodnota	7,4	-	6,4	9,4

Tab. 14: Tloušťka pásnice profilu IPE 160

ROZMĚRY STOJINY

Na nosnících byly také vyhodnoceny rozměrové tolerance stojiny. Měření probíhalo vždy na konci nosníku ve třech měřeních. Z každého nosníku bylo naměřeno celkem 6 hodnot. Z takto získaného souboru dat byl vytvořen histogram zobrazující četnost tlouštěk stojiny.



Obr. 32: Rozdělení tloušťky na průřezu IPE

Na grafu je patrný interval naměřených hodnot. Jeho meze činí 5,06 mm a 5,41 mm. Střední hodnota souboru je reprezentována hodnotou 5,20 mm. Z grafu je zřejmá pouze jedna hodnota zastoupená s největší četností. Ve srovnání s tloušťkou pásnice je rozdělení mnohem kompaktnější a také interval naměřených hodnot je mnohem menší.

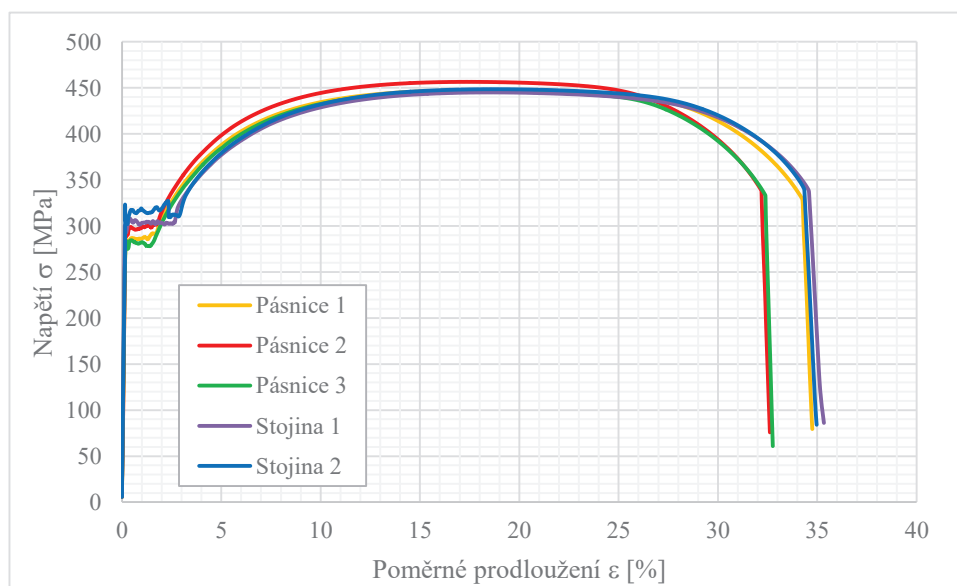
tloušťka pásnice	X_s [mm]	σ_s [mm]	minimum [mm]	maximum [mm]
stojina	5,2	0,1	5,06	5,41
nominální hodnota	5,0	-	4,3	5,7

Tab. 15: Rozměrové tolerance tlouštěk profilu IPE 160

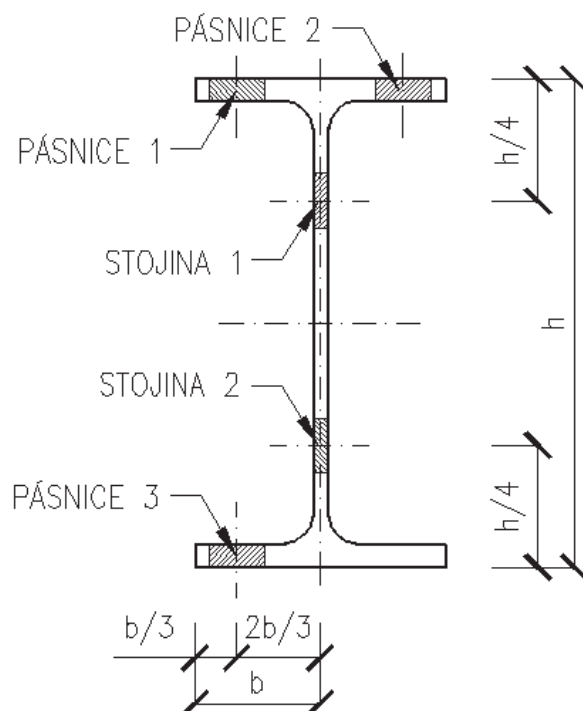
Číselné hodnoty tlouštěk stojiny jsou uvedeny v tabulce 15. Z uvedených hodnot je zřejmé, že všechny měření získané tloušťky jsou v přípustných mezích. Vzhledem ke střední hodnotě lze určit, že zkoumané vzorky mají větší tloušťku stojiny, než je tabulková hodnota a to o 0,2 mm resp. o 3,8%.

8.2 FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI MATERIÁLU PROFILU IPE

Deklarovaná jakost nosníků průřezu IPE byla také S235. U těchto vzorků byla provedena obdobná analýza, jako u nosníku IPN. Z vybraných částí nosníků (obr. 34) byly provedeny zkoušky tahem. Nejen standardně z oblasti pásnice, ale také ze stojiny. Celkem bylo u těchto nosníků provedeno 15 zkoušek tahem.



Obr. 33: Záznam vybraných tahových zkoušek profilu IPE 160



Obr. 34: Vybrané části průřezu IPN pro tahové zkoušky

V tabulce 16 jsou uvedeny střední hodnoty a směrodatné odchylky modulu pružnosti, meze kluzu a pevnosti oceli testovaných vzorků. Deklarované hodnoty materiálových charakteristik jakosti S235 jsou uvedeny v posledním řádku tabulky.

	E [GPa]		f_y [MPa]		f_u [MPa]	
	X_s	σ_s	X_s	σ_s	X_s	σ_s
celkem	185,2	19,1	302,3	14,7	454,0	5,1
pásnice	184,2	22,0	293,1	9,2	453,8	4,8
stojina	186,6	15,7	316,2	11,5	454,2	6,1
deklarované hodnoty S235	210,0		235,0		360,0 - 510,0	

Tab. 16: Materiálové vyhodnocení IPE, střední hodnoty E , f_y , f_u

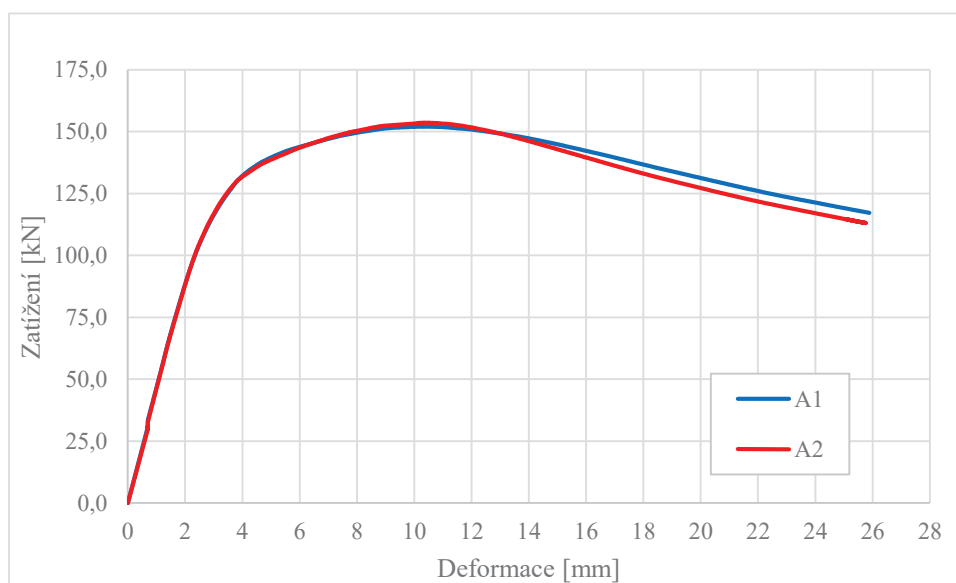
V prvním sloupci jsou uvedeny hodnoty modulu pružnosti, které nabývají hodnoty přibližně 185 GPa. Naměřený modul pružnosti je ve srovnání s deklarovanou hodnotou 210 GPa menší o 13,5 %. Nižší hodnota modulu pružnosti má vliv na nárůst deformací. Při první sérii zkoušek byla také zjištěna nižší hodnota modulu pružnosti. Pro nosníky IPN byl stanoven modul pružnosti na 201 GPa.

Mez kluzu je uvedena v druhém sloupci tabulky. I v tomto případě se projevil rozdíl mezi středními hodnotami mezí kluzu získaných z pásnice a ze stojiny. Pro nosníky IPE byl rozdíl větší, a to 7,3 %. Pro stojinu byla stanovena střední hodnota mez kluzu 316,2 MPa. Pro pásnici byla určena mez kluzu 293,1 MPa. Pevnost oceli je po celém průřezu téměř konstantní s hodnotou 454 MPa. Ve srovnání s deklarovanými hodnotami je patrná značná rezerva pro mez kluzu i pevnost oceli. Stanovená mez kluzu je o 67 MPa větší než deklarovaná hodnota. U hodnot pevnosti činí rozdíl 94 MPa.

8.3 EXPERIMENTÁLNÍ ZKOUŠKY PROFILU IPE

8.3.1 NEUPRAVENÝ PRŮŘEZ

Vzorky s označením „A“ jsou zaměřeny na ocelové válcované nosníky bez dodatečné změny. Základním popisem chování konstrukce během působení zatížení byl vybrán opět diagram závislosti zatížení na svislé deformaci. Výsledky z provedených vzorků jsou uvedeny na obrázku 35.



Obr. 35: Zatěžovací diagram, neupravený průřez, IPE 160

Protože se jedná o průřez kategorie 1, je očekávaná plná únosnost průřezu včetně rozvoje plastických deformací umožňující dostatečné natočení průřezu. V počáteční fázi zatěžování je patrná lineární závislost mezi zatížením a vyvolanou deformací. Vznik prvních plastických deformací lze zaznamenat poklesem tuhosti konstrukce. V takovémto případě je odpor konstrukce kladený vnějšímu zatížení menší a tak klesá i směrnice zátěžové křivky. Závislost

mezi zatížením a průhybem je nelineární. U experimentů byl vznik plastických deformací vyhodnocen při průhybu 2,8 mm a zatížení 111,4 kN. Od tohoto okamžiku byly patrné nevratné deformace. Pod působícím zatížením začal průřez materiál ztrácet svou tuhost. V této fázi také docházelo k deformaci horní pásnice. Tyto dva jevy měly za následek zpomalení růstu křivky zatěžovacího diagramu, který byl zastaven na maximální únosnosti. Maximální únosnost prvku dosáhla 153,3 kN při průhybu 9,6 mm. Další výsledky jsou uvedeny v tabulce č. 17.



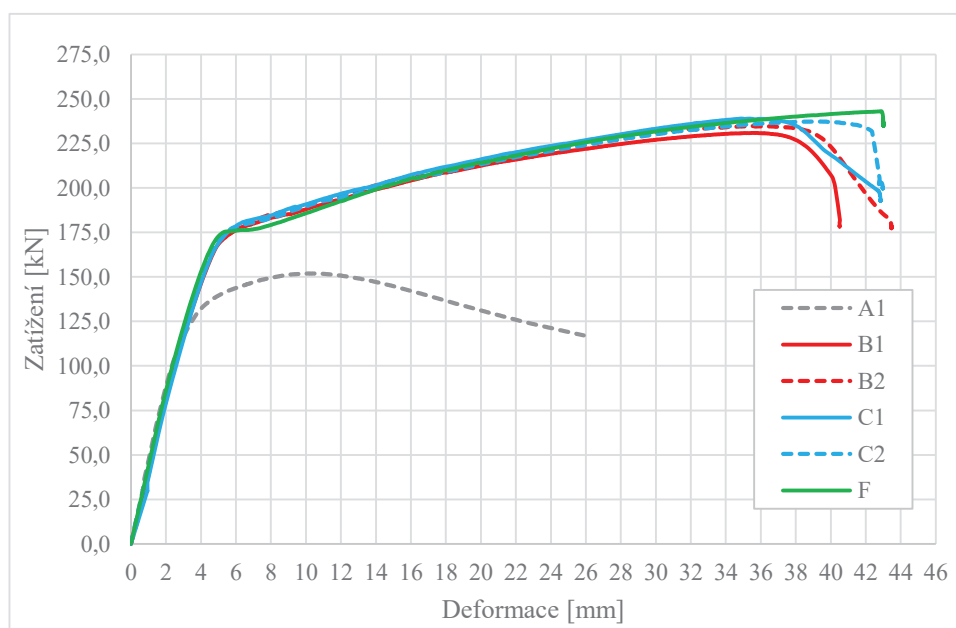
Obr. 36: Pohled na zkoušku nosníku varianty „A“



Obr. 37: Nosník varianty „A“, detail vyboulení stojiny

8.3.2 VYZTUŽENÝ PRŮŘEZ

Další varianty zkoumaných nosníků byly vyztuženy příčnou výztuhou v místě zatížení. První uvedené vzorky s označením „B“ byly vyztuženy plechem jakosti S235 a tloušťky 5 mm. Označení „C“ odpovídá nosníku vyztuženého plechem jakosti S235 a tloušťky 8 mm. Výztužný plech byl po svém obvodu přivařen do válcovaného průřezu, tak aby došlo k uzavření a vyplnění průřezu na diafragma. Tím došlo k celkovému ztužení průřezu a také k zabránění lokálnímu vyboulení stojiny, které mělo za následek kolaps nevyztuženého nosníku. Vlivem výztuhy došlo k výraznému navýšení únosnosti průřezu.



Obr. 38: Zatěžovací diagramy, vyztužený průřez, IPE 160

Z provedených zkoušek nosníků s výztuhou byly vybrány zástupné zatěžovací křivky (obr. 38). Z uvedených diagramů je zřejmé, že byl zaznamenán vznik trvalých deformací pro hodnoty zatížení 125,1 kN resp. 133,6 kN (tab. 17). Ve srovnání s nevyztuženým průřezem byl vznik prvních trvalých deformací vyvolán postupným měknutím materiálu stojiny v oblasti okolo výztuže. U vyztužených vzorků nebyl zaznamenán tak prudký pokles tuhosti, protože bylo bráněno výztuhami volné deformaci stojiny v příčném směru. V grafu je také znázorněn zatěžovací diagram pro variantu „F“. Tato varianta zahrnovala nosník s výztuhou tloušťky 8 mm a oslabením 6 otvory ϕ 12 mm v přilehlých oblastech.

Z grafu je patrné, že u všech vzorků bylo dosaženo velmi podobných výsledků. Oslabení nosníku nezpůsobilo žádnou výraznou změnu, stejně tak vliv tloušťky výztuhy na únosnost

průřezu byl malý. Kolaps nosníku byl způsoben zplastizováním v místě podpor a smykovým porušením stojiny v nevyztužených částech. Tento jev je zachycen prudkým poklesem tuhosti při dosažení svislého průhybu nad 36 mm.



Obr. 39: Nosník varianty „C“ před a po průběhu zatěžovací zkoušky

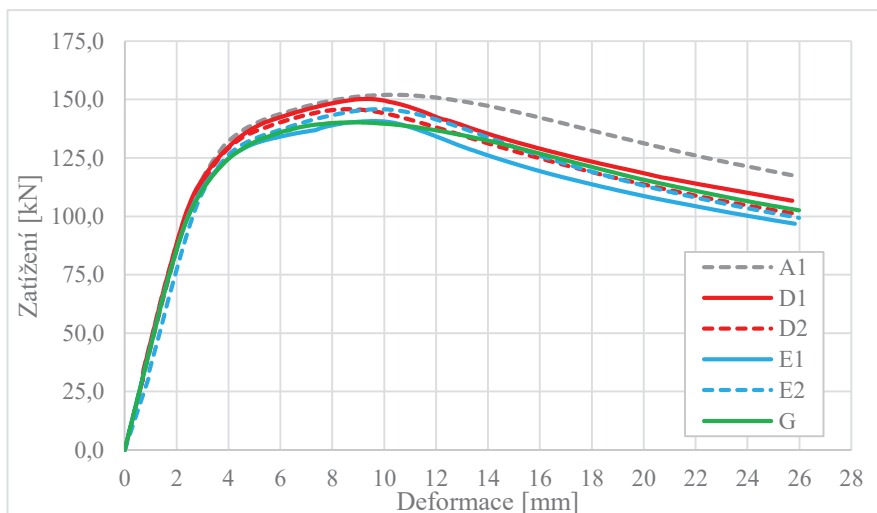
U nosníků s výztuhou docházelo také ke zkroucení průřezu v místě podpor (obr. 40 vlevo). Po odtížení nosníku bylo také zjištěno, že během experimentálního měření došlo k deformaci výztuhy (obr. 40 vpravo).



Obr. 40: Nosník „B“ po průběhu zatěžovací zkoušky, porušení v místě podpory (vlevo) a detail porušení v místě působíště zatížení (vpravo)

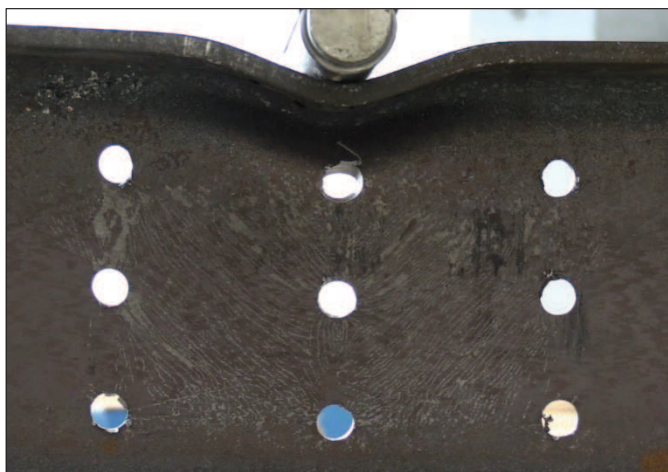
8.3.3 OSLABENÝ PRŮŘEZ

Poslední úpravy nosníku zahrnují vzorky oslabené otvory. Jejich poloha a rozměry jsou uvedeny v tabulce č. 4 (str. 28). Celkem byly vytvořeny tři varianty oslabení s označením „D“, „E“ a „G“, přičemž jsou v tomto pořadí oslabeny 3, 6, a 9 otvory o průměru 12 mm.



Obr. 41: Zatěžovací diagramy, oslabený průřez, IPE 160

Zatěžovací diagramy oslabených průřezů vykazovaly velmi podobný průběh (obr. 41). Počátek vzniku plastických deformací není otvory ovlivněn, protože první trvalé deformace vznikají na neoslabených pásnicích. Při dalším přitížení je již patrný mírný odklon jednotlivých křivek. Pro varianty, které byly oslabeny 6, a více otvory je patrný větší nárůst deformací.

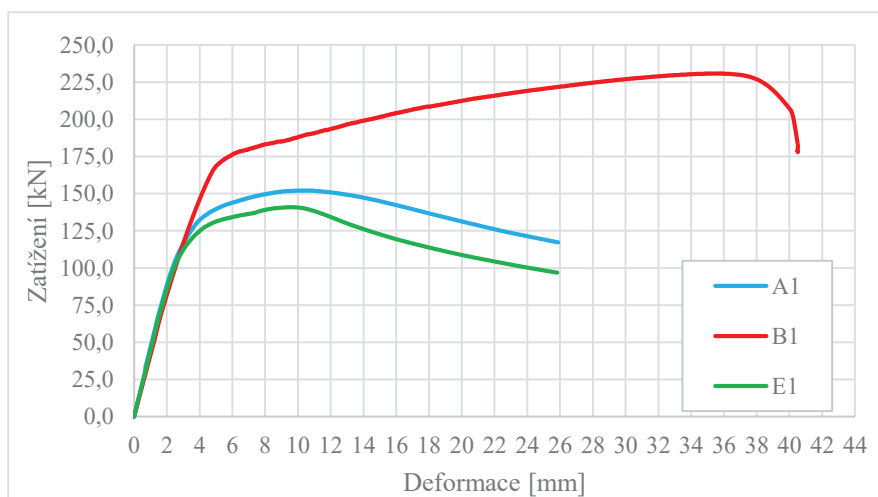


Obr. 42: Nosník varianty „G“ po průběhu zatěžovací zkoušky

Pro oslabení 3 otvory byla maximální únosnost o 5,5 % větší, než u více oslabených průřezů. Po dosažení mezní únosnosti je odlišná. Nejpomalejší nárůst deformací byl zaznamenán pro oslabení s nejvíce otvory. Kolaps konstrukce nastal opět lokálním vyboulením stojiny.

8.4 VYHODNOCENÍ EXPERIMENTÁLNÍCH ZKOUŠEK PROFILU IPE

Druhá série experimentů zahrnující nosníky průřezů IPE 160 byla zkoumána z hlediska vlivu úpravy průřezu na chování nosníku při lokálním zatížení. Vybrané křivky zatěžovacího diagramu pro neupravený průřez, oslabený průřez a průřez s výztuhou vykazují odlišné chování (obr. 43).



Obr. 43: Srovnání vlivu úprav nosníku na průběh zatěžování

Počátek vzniku trvalých deformací byl stanoven jako okamžik, kdy se zatěžovací křivka odchýlí od přímky proložené lineární větví (elastickou oblastí) o více jak 10 %. Z tabulky č. 17 je patrné, že u vyztužených průřezů byly trvalé deformace zaznamenány při zatížení o 15 kN větším než při neupraveném průřezu. Pro ostatní nosníky byla stanovená mez plastických deformací téměř shodná.

Nejmenší hodnoty mezní únosnosti byly dosaženy pro nosníky oslabené otvory. I pro výraznější oslabení však nebyl zaznamenán větší pokles mezní únosnosti. Rezerva únosnosti, tedy rozdíl v únosnosti mezi počátkem plastického chování a mezním zatížením, byla pro neupravené a oslabené nosníky stanovena mezi 32% a 38%. Výraznější vliv na plastickou rezervu průřezu vykazovaly nosníky vyztužené. Zde byla rezerva vyhodnocena přes 72%. Navíc bylo při maximálním zatížení vyztuženého nosníku dosaženo svislé deformace přes

35 mm, zatímco u neupravených průřezů svislý průhyb během maximálního zatížení dosáhl 9,6 mm.

vzorek	počátek plastizace		$l/36$		maximální únosnost		rezerva únosnosti
	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[%]
A1	2,7	110,7	25,0	119,0	10,1	152,0	37,3
A2	2,9	115,4	25,0	114,8	9,1	154,7	34,0
B1	3,5	131,6	25,0	220,6	35,5	230,9	75,4
B2	3,6	136,3	25,0	224,7	35,3	234,8	72,2
C1	3,5	131,6	25,0	225,1	34,9	239,0	81,6
C2	3,6	137,2	25,0	222,0	38,1	237,0	72,7
D1	2,9	113,7	25,0	108,2	9,1	150,2	32,1
D2	2,7	106,5	25,0	102,7	7,7	145,0	36,1
E1	2,5	102,3	25,0	98,7	9,7	140,8	37,6
E2	2,9	107,7	25,0	101,4	9,6	145,9	35,5
F	3,3	130,6	25,0	223,2	43,1	243,0	32,1
G	2,5	100,8	25,0	104,5	8,1	140,0	36,1

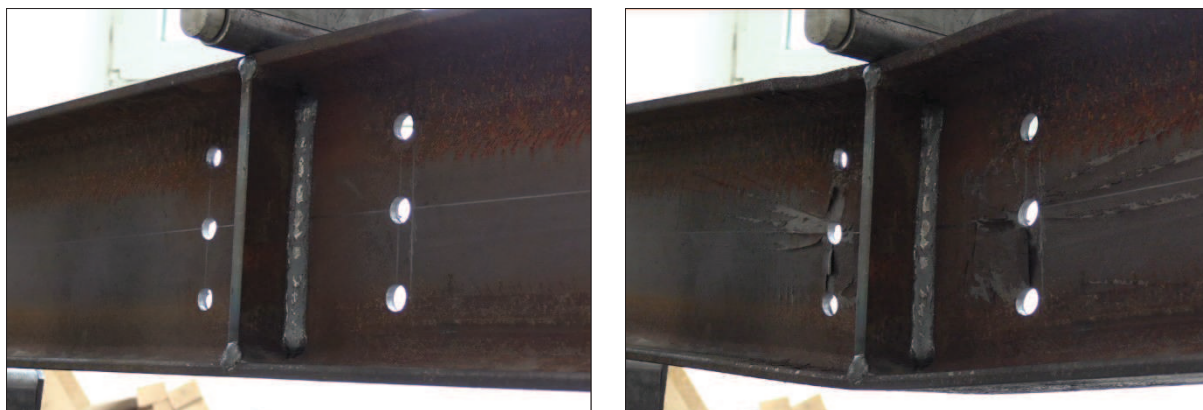
Tab. 17: Mezní hodnoty únosnosti průřezů IPE

Pro srovnání všech modelů byla vybrána referenční hodnota průhybu ($l/36$), u které byla vyhodnocena příslušná zatížení. Z výsledků uvedených v tabulce 17 je patrný rozdíl mezi vzorky neupravenými a oslabenými. Pro nosníky neupravené činí zatížení vyvolávající svislou deformaci 25 mm 119 kN resp. 114,8 kN. Vliv oslabení průřezu snížil hodnotu únosnosti o 4-9 %. Pro vyztužené průřezy činila zaznamenaná síla pro referenční průhyb přes 220 kN.

Vzorek s kombinací úpravy průřezu „F“, kde byla použita výztuha včetně oslabení, nevykazovala odlišné chování v porovnání s vyztuženými průřezy. Vliv oslabení v uvažovaném rozsahu tedy ovlivňuje chování nosníku téměř zanedbatelně.

Kolaps konstrukce neupravených průřezů nastal vlivem postupné plastizace materiálu a nárůstu příčné deformace v oblasti stojiny průřezu. Po překročení maximální únosnosti došlo k vyboulení stojiny pod působícím zatížením. Stejný typ kolapsu nosníku nastal u nosníků s oslabením. V lineární oblasti nebyl vyhodnocen výraznější rozdíl v počáteční tuhosti konstrukce. Oslabení průřezu však mělo negativní vliv na maximální únosnost. Porovnáním maximální únosnosti neupravených průřezů a oslabených průřezů byl zjištěn pokles únosnosti vlivem oslabení do 10% u všech typů oslabení. Další vliv oslabení průřezu

se projevil v klesající větvi zatěžovací křivky. Pro stejnou hodnotu průhybu byla u oslabených průřezů stanovena nižší hodnota zatížení. Výraznější vliv na pokles tuhosti byl zaznamenán u oslabení, která byla provedena v místech tlačené části průřezu a bezprostřední blízkosti působícího zatížení.



Obr. 44: Nosník varianty „F“ před a po průběhu zatěžovací zkoušky

Vzhledem k zabránění vyboulení stojiny byl kolaps vyztužených nosníků způsoben plastickým přetvořením a deformací průřezu v místě podpor. Proto byla u vyztužených nosníků vyhodnocena nejvyšší maximální únosnost. Při porovnání maximální únosnosti neupravených a vyztužených nosníků dosahoval nárůst únosnosti přes 50%. Nejvyšší dosažená únosnost vyztuženého průřezu činí 239,0 kN. Experimentální měření zahrnovalo dvě tloušťky výztuhy, přičemž rozdíl v tuhosti a maximální únosnosti nosníků s různými tloušťkami výztuhy byl minimální.

8.5 NORMOVÁ ÚNOSNOST PRŮŘEZŮ

Tato kapitola se věnuje normové únosnosti válcovaných nosníků bez úprav i s výše uvažovanými úpravami. Cílem je určit a srovnat normovou únosnost lokálně zatíženého nosníku s experimentálními výsledky. Vzhledem k podobným rozměrům nosníků IPN a IPE byl proveden posudek pouze pro nosníky průřezu IPE.

NEUPRAVENÝ PRŮŘEZ

Norma [12] pro navrhování ocelových konstrukcí nabízí možnosti posouzení ocelových průřezů na bázi vnitřních sil. Při odvození návrhových vztahů se vycházelo z teorie pružnosti.

$$M_y = \frac{F \cdot l}{4} \quad (24)$$

$$\sigma_{h,d} = \frac{M_y}{W_y} \quad (25)$$

Pro ohybový moment na nosníku platí vztah (24). Společně se vztahem (25), který určuje hodnotu napětí v krajních vláknech průřezu, lze vyjádřit vztah (26) pro únosnost nosníku zatíženého osamělým břemenem uprostřed rozpětí.

$$F = \frac{4 \cdot W_y \cdot \sigma}{l} \quad (26)$$

Stanovená návrhová únosnost vychází z rozměrů průřezu IPE 160 a jakosti materiálu S235. Vyhodnocené hodnoty elastické a plastické únosnosti uvádí tabulka 18. Z praktického hlediska je možné navrhovat průřezy první třídy na plastickou únosnost. Protože byly vyhodnocovány také stavy konstrukce se vznikem prvních plastických deformací, jsou v tabulce uvedeny i elastické únosnosti.

IPE 160	modul průřezu W_y [mm ³]	zatížitelnost F [kN]
elastické hodnoty	1,09 x 10 ⁵	113,8
plastické hodnoty	1,24 x 10 ⁵	129,5

Tab. 18: Hodnoty zatížitelnosti nosníku dle normového posudku.

Maximální únosnost zjištěná při experimentálním měření činí 153,3 kN. Ze zjištěných hodnot je patrná rezerva v únosnosti. Tato rezerva je zajištěna převážně hodnotou meze kluzu oceli, která převyšuje 5% dolní kvantil pravděpodobnostního rozdělení. Vypočtená hodnota únosnosti deklaruje kolaps nosníku vlivem vytvoření plastického kloubu, zatímco u provedeného experimentu byl kolaps způsoben lokálním vyboulením stojiny.

VYZTUŽENÝ PRŮŘEZ

Jedním z typických detailů, na ocelových nosnících jsou místa s lokálním působištem síly. Typickým případem jsou uložení prvku na ložiska, kde dochází k přenosu zatížení z horní stavby do podporové konstrukce nebo styk dvou konstrukčních prvků. V takovýchto

případech je nutné průřez ztužit. Nejtypičtějším řešením je návrh ztužidla. Válcované průřezy profilů I nebo H jsou uzavřeny v místě působí síly plechem. Dojde tak nejen k rovnoměrnějšímu roznosu napětí, ale také k zabránění vyboulení stojiny průřezu. Další aplikace takovýchto ztužidel mohou být při zamezení smykového boulení u vysokých štíhlých nosníků, kde je třeba rozdělit plochu stojiny na menší segmenty. Normové postupy pro zmíněnou problematiku uvádí EN 1993-1-5 [13].

Daná problematika je důležitá zejména pro nosníky třídy 3 nebo 4. Tyto průřezy jsou díky své štíhlosti mnohem více náchylné na problémy se stabilitou, než průřezy vyšších tříd. Pro válcované nosníky třídy 1 se navrhuje výztuhy spíše konstrukčně s přihlédnutím k rozměrům připojovaných prvků a možnosti proveditelnosti. Dále uvedený posudek je tedy víceméně informativní. Jeho cílem je stanovit posudek v rozsahu experimentálního měření.

$$V_{ba,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t}{\gamma_{M1} \cdot \sqrt{3}} \quad (27)$$

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t}{\gamma_{M1} \cdot \sqrt{3}} \quad (28)$$

Návrh průřezu bude omezen únosností stojiny ve smyku při započtení vlivu boulení stojiny. Vzorec pro limitní hodnotu lokální síly (27) je odvozen ze vztahu pro smykovou únosnost. Únosnost je složena z příspěvku stojiny $V_{bw,Rd}$ a příspěvku pásnic $V_{bf,Rd}$. Příspěvek pásnic bývá podstatně menší a z tohoto důvodu jej lze na stranu bezpečnou zanedbat. Ve vzorci (28) je ve srovnání s posudkem na čistý smyk zohledněn součinitel příspěvku stojiny χ_w .

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86,4 \cdot t_w \cdot \sqrt{\frac{235}{f_y}}} \quad (29)$$

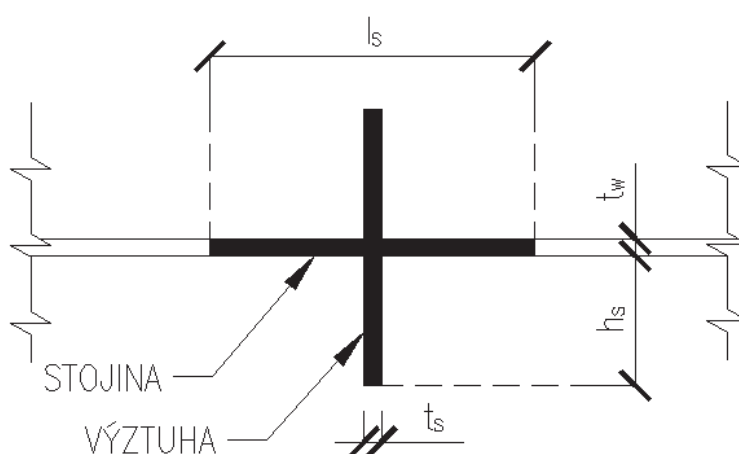
$$\bar{\lambda}_w \leq \frac{0,83}{\eta} \quad (30)$$

Nejprve je nezbytné určit hodnotu štíhlosti stojiny dle vztahu (29). Je-li splněna podmínka (30), pak je součinitel příspěvku stojiny roven součiniteli η . Součinitel η je pro třídy oceli do

S460 stanoven na 1,2. Tato podmínka je pro zkoumané průřezy splněna vždy. Hodnota štíhlosti pro průřez IPE 160 činí 0,336.

Pro průřez IPE 160 je tedy zřejmé, že únosnost není na smyk vlivem boulení omezena. Smyková únosnost s vlivem boulení dosahuje hodnoty 118,04 kN.

V případě, že je potřeba určit únosnost vyztuženého průřezu, pak lze využít následného normového postupu uvedeného v EC 1993-1-5 [13]. Vzhledem k tuhému připojení výztuhy k ocelovému průřezu, lze považovat stojinu s výztuhou za kompaktní průřez a spočítat tak vzpěrnou únosnost vymezené spolupůsobící části.



Obr. 45: Spolupůsobící část průřezu výztuhy

Spolupůsobící délka stojiny je určena v závislosti na rozměrech výztuhy a stojiny. Dále je nutné určit průřezové charakteristiky vzniklého průřezu a také zavést imperfekce. Výsledná únosnost je pak daná vztahem (37).

$$l_s = 2 \cdot 15 \cdot \varepsilon \cdot t_w + t_s \quad (31)$$

$$A_s = l_s \cdot t_w + 2 \cdot h_s \cdot t_s \quad (32)$$

$$I_{y,s} = \frac{1}{12} \cdot l_s \cdot t_w^3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot t_s \cdot h_s^3 + h_s \cdot t_s \cdot \left(\frac{h_s + t_w}{2} \right)^2 \right) \quad (33)$$

$$i_{y,s} = \sqrt{\frac{I_{y,s}}{A_s}}, \quad \lambda_{y,s} = \frac{L_{cr,y}}{i_{y,s}}, \quad \bar{\lambda}_{y,s} = \frac{\lambda_{y,s}}{\lambda_1} \quad (34)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_{y,s} - 0,2) + \bar{\lambda}_{y,s}^2 \right] \quad (35)$$

$$\chi_{y,s} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_{y,s}^2}} \quad (36)$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi_{y,s} \cdot A_s \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (37)$$

Pro průřez IPE 160 je únosnost průřezu vyztuženého plechem tloušťky 5 mm určena hodnotou 271,43 kN. Jak je z uvedených výpočtů patrné, únosnost takto vzniklého průřezu je mnohem větší, než únosnost průřezu bez výztuh.

OSLABENÝ PRŮŘEZ

Poslední skupina testů zahrnuje nosníky oslabené otvory. V EC 3 [12] není pro takovéto případy uvedena možnost výpočtu. Testováním byla snaha popsat chování a únosnost takto oslabených průřezů ve srovnání s neoslabeným průřezem. Otvory jsou voleny tak, aby symbolizovaly otvory např. po odstraněném šroubovém spoji.

VYHODNOCENÍ ÚNOSNOSTI OCELOVÝCH NOSNÍKŮ

Pro sérii experimentálního měření byly vyhotoveny orientační posudky dle normových postupů. Cílem posudku je poskytnout přehled o velikosti návrhových sil ve srovnání s experimenty.

typ posudku	návrhová síla [kN]
Elastická únosnost v ohybu	113,8
Plastická únosnost v ohybu	129,5
Smyková únosnost stěny při boulení ve smyku	118,0
Únosnost vyztuženého průřezu	217,4

Tab. 19: Normová únosnost ocelových nosníků

Posuzovaná konstrukce představuje prostý nosník zatížený osamělým břemenem uprostřed rozpětí. V případě posudku na ohyb je možné uvážit plnou plastickou únosnost průřezu, protože se jedná o průřez první kategorie. Ze základních vztahů pružnosti byla

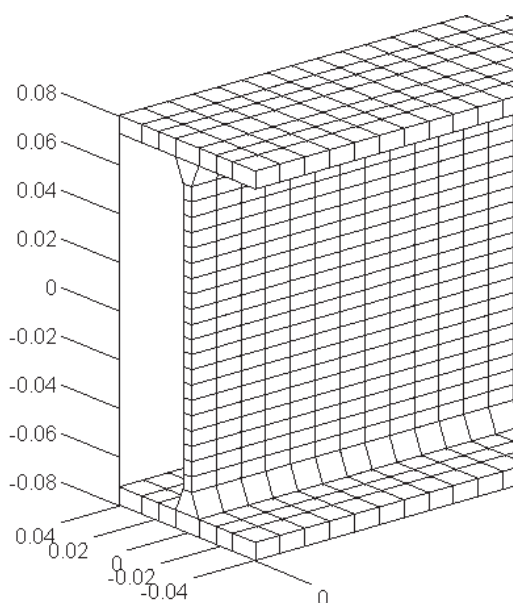
stanovená plastická únosnost v ohybu 129,5 kN. Z provedených experimentů byly stanoveny maximální únosnosti větší než 150 kN. V tomto případě tedy průřez vyhoví.

Kolaps nosníků během experimentů nastal vlivem lokálního vyboulení stojiny pod působícím břemenem. Tento jev je třeba posuzovat u štíhlých nosníků, zejména průřezů třetí a čtvrté třídy. Podle posudku uvedeného výše byla stanovena únosnost 118,0 kN. Podle normy se tento posudek pro profil IPE 160 nemusí provádět. I tato únosnost nedosahuje větší hodnoty než stanovené experimentem.

Proti lokálnímu vyboulení stojiny byla navržena výztuha. Experimentálně byla stanovena únosnost vyztužených nosníků vyšší než 220 kN. Tato hodnota je posudkem také nedosažena. Posudek výztuhy ovšem zohledňuje porušení výztuhy. Při experimentálním měření vyztužených nosníků došlo k porušení stojiny v oblasti podpor. Pro případ porušení výztuhy by únosnost byla daleko vyšší.

9 NUMERICKÁ ANALÝZA NOSNÍKŮ IPE

Následující kapitola je věnována matematickým modelům, které byly vytvořeny za účelem popsat chování experimentálně zkoušených nosníků IPE. Vybrané modely byly vytvořeny za účelem zohlednit vliv úpravy průřezu na chování nosníku. Rozsah úpravy průřezu vycházel z provedených experimentů a také z dalších variant. Dále byla také věnována pozornost materiálové nehomogenitě průřezu. K vytvoření MKP modelů byl použit vytvořený algoritmus a také programy ANSYS [16] a Scia Engineer [19]. Pro model ve vytvořeném algoritmu byla konečnovprvká síť rozdělena dle obrázku 46.



Obr. 46: Síť konečných prvků na průřezu IPE 160, Matlab

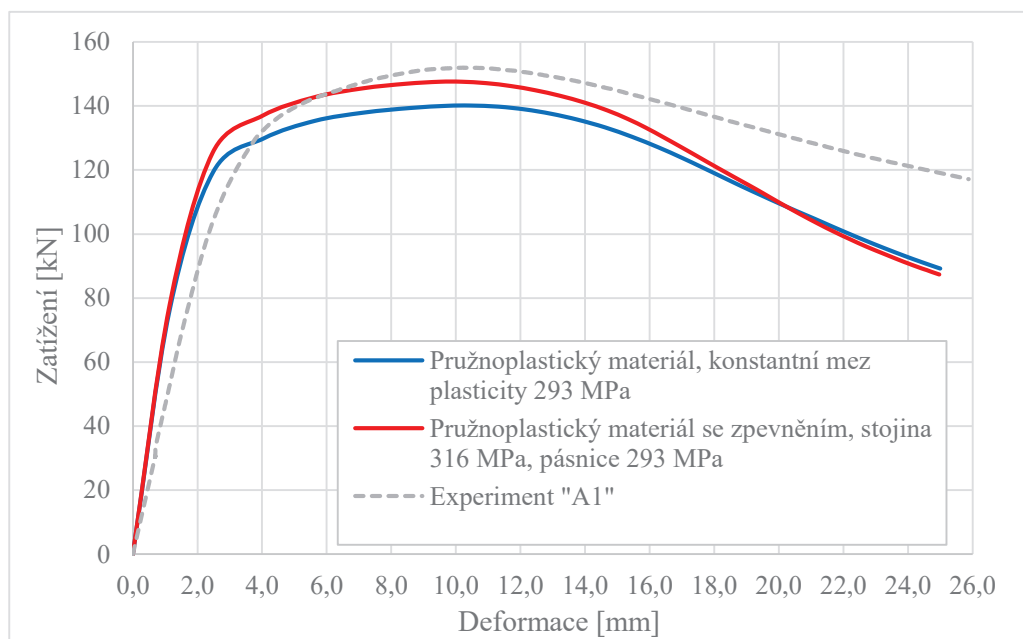
Z předchozích numerických výpočtů byl vyhodnocen pružnoplastický model zohledňující fyzikální vlastnosti materiálu jako dostatečně věrohodný. Proto i v následujících případech byl použit stejný postup ke stanovení materiálového modelu. Při stanovení meze plasticity a hodnoty zpevnění bylo vycházeno z experimentálně určených středních hodnot příslušných veličin.

materiálový model	mez plasticity [MPa]	zpevnění [MPa]
pružnoplastický se zpevněním	302,3	922,7

Tab. 20: Aplikovaný materiálový model pro numerické modely nosníků IPE

9.1 ÚČINEK VLIVU ROZDÍLNÉ MEZE KLUZU NA PRŮŘEZU

Tato kapitola je věnována numerickým modelům vycházejícím z experimentálních zkoušek nosníků IPE. Z materiálových vlastností bylo zjištěno, že pro válcované nosníky není v různých částech průřezu konstantní mez kluzu. Pro části stojiny byly vyhodnoceny vyšší hodnoty meze kluzu než v části pásnice. Střední hodnoty meze kluzu pro materiálové zkoušky stojiny a pásnice profilu IPE se lišily o 23 MPa. Následující sada výpočtů byla provedena za účelem zhodnotit vliv této skutečnosti na chování materiálu při zatížení.



Obr. 47: Zatěžovací diagramy pro různé meze plasticity v částech průřezu

V programu ANSYS [16] byl vytvořen prostorový model nosníku ve dvou variantách. V první variantě byla mez plasticity pásnice nosníku nastavena na 293 MPa a mez plasticity stojiny činila 316 MPa. V dalším případě byla mez plasticity 293 MPa shodná po celém průřezu. Výsledky z těchto modelů uvádí graf na obrázku 47. Numerické modely prokázaly navýšení únosnosti nosníku s uvážením rozdílné meze plasticity. Pro první variantu byla stanovena maximální únosnost 147,6 kN. Pro variantu se shodnou mezí plasticity bylo dosaženo pouze únosnosti 140,1 kN. Z grafu je patrný nárůst únosnosti do maximální únosnosti v plastické oblasti.

Z numerických výpočtů vyplývá, že vliv odlišných materiálových charakteristik u válcovaného průřezu vykazuje navýšení plastické únosnosti. Pro nosník průřezu IPE 160 byl vypočten nárůst v mezním zatížení 5,4 %. Materiálová nehomogenita vyvolala nárůst

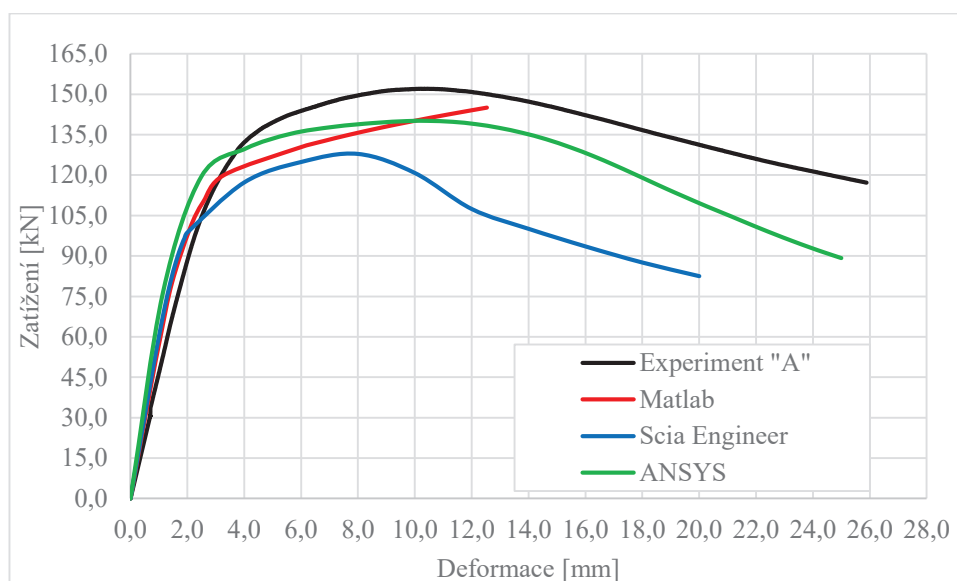
únosnosti při trvalých deformacích. Pro modul pružnosti, který ovlivňuje tuhost materiálu, nebyl zaznamenán výraznější rozdíl v jednotlivých částech průřezu, proto i pružná část zatěžovacích diagramů zůstává pro obě varianty téměř totožná.

9.2 SROVNÁNÍ NUMERICKÝCH VÝPOČTŮ S EXPERIMENTY NEUPRAVENÉHO PRŮŘEZU

Následující analýza byla provedena za účelem popisu chování ocelového nosníku zatíženého lokálně pomocí numerického modelu. Pro výpočetní model byl vybrán vytvořený algoritmus v programovém prostředí Matlab, programy ANSYS [16] a Scia Engineer [19].

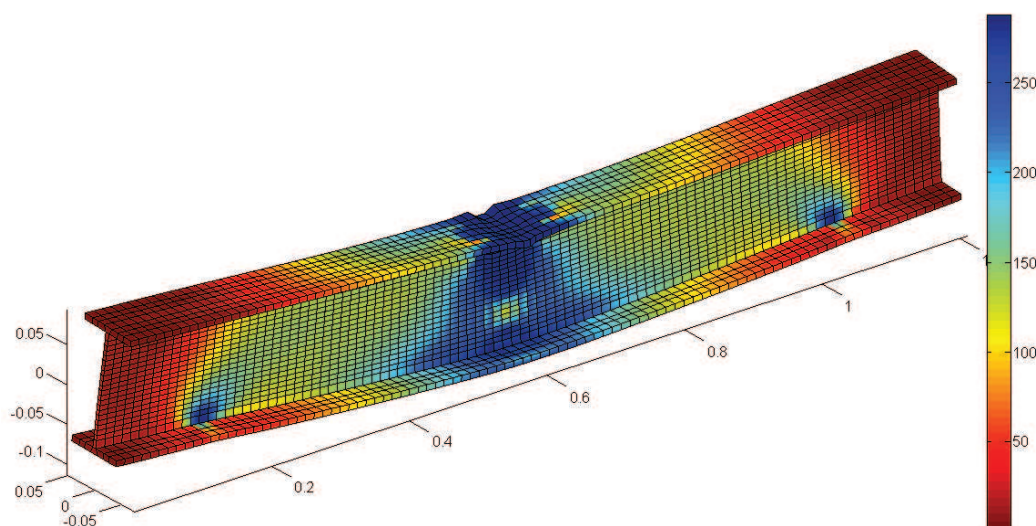
Numerické modely vychází z experimentů provedených na neupravených nosnících o průřezu IPE 160. Geometrie zkoušky byla převzata z experimentu. V programu Scia Engineer byl vytvořen skořepinový numerický model. V ostatních případech šlo o modely prostorové. V programu ANSYS byl použit prvek SOLID185. Všechny modely zahrnovaly fyzikální nelinearitu. Materiálový model oceli pro prostorové modely byl stanoven pružnoplastický s lineárním zpevněním. Mez plasticity odpovídala střední hodnotě meze kluzu oceli z tahových zkoušek daného materiálu. Hodnota zpevnění činila 922,7 MPa. Ta byla stanovena z meze kluzu a pevnosti materiálu, obdobně jako u série numerických modelů nosníků IPN. Pro skořepinový model byl materiálový model také pružnoplastický, ale navíc byla využita znalost rozdílné meze kluzu na průřezu. Proto byly zohledněny dva pružnoplastické materiálové modely se zpevněním. Bylo vycházeno ze středních hodnot meze kluzu a pevnosti materiálu pro stojinu resp. pro pásnici. Zohledněný modul pružnosti materiálu vycházel také z tahových zkoušek oceli.

Vypočtené výsledky jsou uvedeny na obrázku 48. Z grafů vyplývá podobná počáteční tuhost numerických modelů. Ve srovnání s experimentálním měřením je ovšem počáteční tuhost konstrukce nižší než u provedených modelů. Tato odchylka je způsobena mimo jiné také tuhostí zatěžovacího lisu. Tato skutečnost nebyla v numerických modelech zohledněna. Počátek vzniku plastických deformací je u modelů různý. Největší zatížení v lineární oblasti bylo dosaženo u modelu v programu ANSYS. Následný vývoj plastického přetváření ovšem podhodnocuje výsledky z experimentu. Kolaps nosníku způsobený boulením stojiny vzniká při podobné hodnotě průhybu nosníku a to 10 mm.



Obr. 48: Zatěžovací křivky numerických modelů neupraveného průřezu IPE 160

Numerická analýza daného problému programem Scia Engineer vykázala nejmenší lineární oblast. Tento model také vykázal nejmenší únosnost ze všech použitých modelů. Konkrétně byla stanovena únosnost průřezu 127,81 kN. Kolaps nosníku byl způsoben také vyboulením stojiny pod působícím zatížením, ovšem při hodnotě svislé deformace 8,0 mm. Z uvážených numerických modelů dosáhla tato analýza nejkonzervativnějších výsledků.



Obr. 49: Průběh napětí Von Mises [MPa] na nosníku IPE 160 při zatížení 121 kN, deformace zvětšena 10x

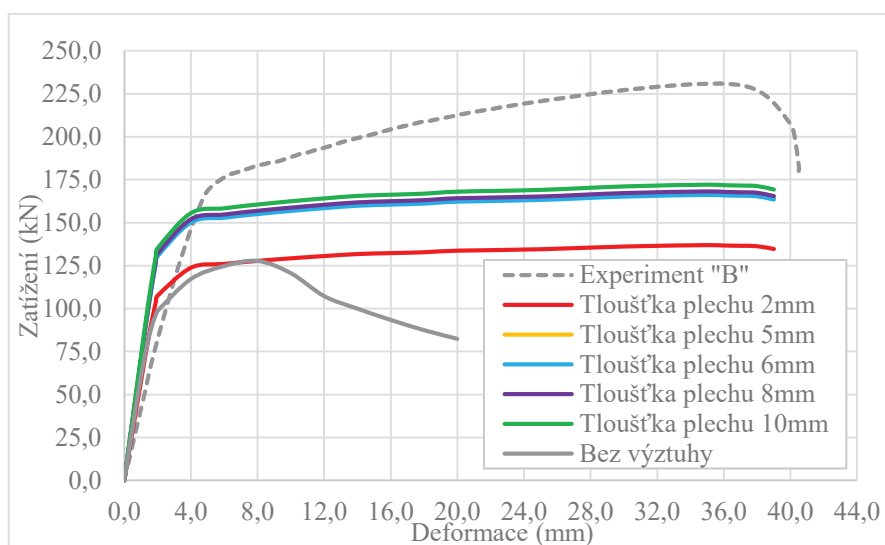
Pro výstup z vytvořeného programu byl stanovena lineární oblast zatížení do hodnoty 110 kN a průhybu 2,55 mm. Dále byla popsána tuhost dle experimentálního měření, ovšem nebylo dosaženo stejné hodnoty únosnosti. Vzhledem k použitým metodám v algoritmu

nebyla dosažena sestupná větev. Numerický výpočet byl ukončen divergencí konvergenčních podmínek pro zatížení 147,5 kN.

9.3 VYZTUŽENÝ PRŮŘEZ

Únosnosti lokálně zatížených částí nosníků jsou velmi často ovlivněny ztrátou stability. V některých případech dochází k nevyčerpání plné únosnosti konstrukčních prvků díky ztrátě stability. Ke zvýšení únosnosti v takovýchto případech slouží ztužující prvky. V případě modelovaného konstrukčního detailu lze navýšit únosnost příčnou výztuhou pod lokálním působícím břemenem. Tato alternativa je nejběžnějším řešením konstrukčních detailů podobného typu (přípoj nosník-nosník, sloup-průvlak...). Následující studie se zabývá velikostí výztuhy a jejím vlivem na celkovou únosnost konstrukčního detailu.

Ztráta stability je způsobena změkčením materiálu a nárůstem příčných deformací v oblasti pod působícím zatížením tzv. boulení stojiny ocelového profilu. V případě aplikace výztuhy je zaručen plynulejší roznos napětí a také je bráněno vzniku příčných deformací.

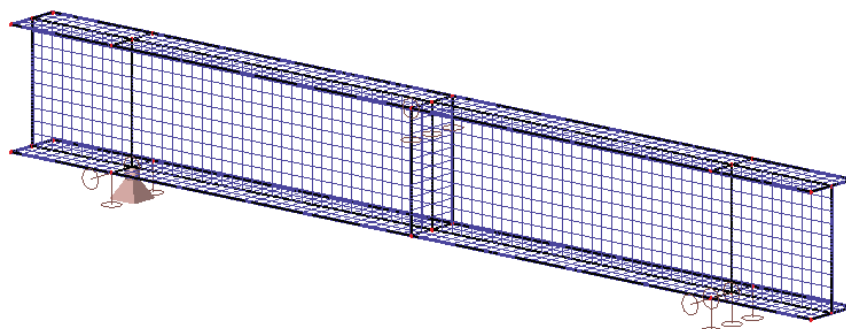


Obr. 50: Zatěžovací diagram pro různé varianty vyztužení profilu

Uvedená studie je složena z 6 provedených výpočtů. Výpočty byly provedeny v programu Scia Engineer. Numerické modely jsou vytvořeny ze skořepinových konečných prvků. Zohledněna je teorie druhého řádu a také materiálová nelinearita. Materiál je charakterizován pružnoplastickým pracovním diagramem se zpevněním. Pracovní diagram oceli vychází ze zjištěných materiálových vlastností zkoumané oceli. Na obrázku 50 je zobrazen graf s vypočtenými hodnotami. Mimo numerické modely nosníku s výztuhami je zde pro srovnání

uveden výpočtový model nevyztuženého průřezu a také experimentálně zjištěný zatěžovací diagram nosníku s výztuhou.

Hodnoty únosnosti nevyztuženého průřezu jsou ve srovnání s hodnotami vyztuženého průřezu nižší. Maximální únosnost byla omezena hodnotou 127,8 kN. Po dosažení mezní únosnosti je z grafu patrný nárůst deformací a následný kolaps nosníku vlivem lokální ztráty stability. Další křivky reprezentují alternativy vyztužení. Výztuha je tvořena plechem o uvedené tloušťce 2-10 mm.



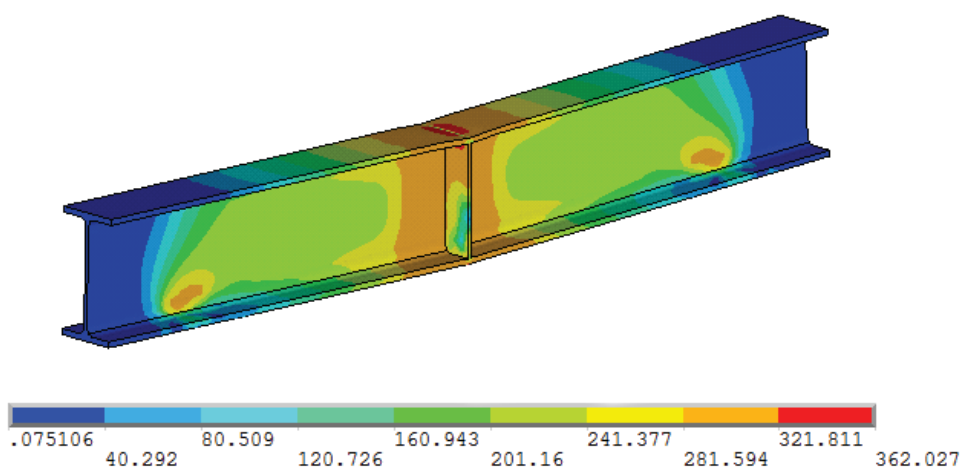
Obr. 51: Výpočetní model nosníku s výztuhou, konečnoprvková síť, Scia Engineer

Umístění výztuhy odpovídá experimentálnímu měření a je také patrné z obrázku 51. Uvážení výztuhy ve výpočtu mělo za následek navýšení celkové únosnosti. U realizovatelných tloušťek tj. větších než 5mm došlo k navýšení celkové únosnosti až o 21,3% pro největší tloušťku výztuhy. Pro daný výpočetní model s výztuhami se po dosažení maximální únosnosti neprokázal pokles tuhosti jako u nevyztuženého průřezu. V tomto případě došlo k ustálení únosnosti na mezní hodnotě.

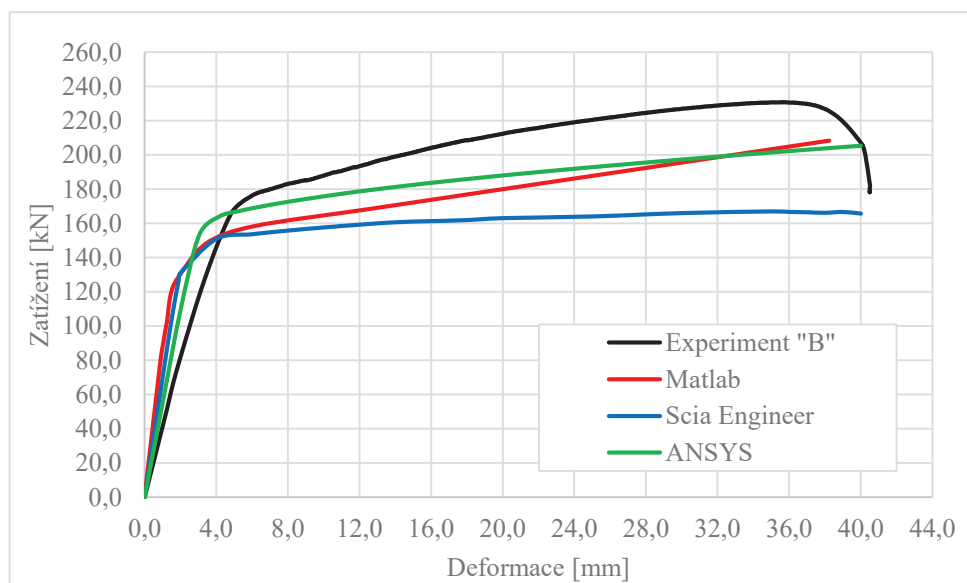
Ze zatěžovacího diagramu (obr. 50) je patrný výrazný nárůst deformací i za hranici kolapsu nevyztuženého průřezu. Z tohoto lze jednoznačně určit, že aplikace výztuhy vede k výraznému zvětšení celkové únosnosti a také k oddálení kolapsu konstrukce. Toto chování je velice blízké nosníkové teorii a prutovému modelu. Po dosažení meze únosnosti je v průřezu vytvořen plastický kloub, který není schopen přenášet přídavná zatížení, ale je možné jej v konstrukci dále využít. Výpočty jsou také doplněny ryze imaginární výztuhou tloušťky 2 mm. Tloušťka takovéto výztuhy je v konstrukční praxi u tohoto průřezu nerealizovatelná. Numerický model ovšem potvrdil, že výztuha tvoří pouze konstrukční část detailu. Účinek i takto tenké výztuhy prokázal nárůst únosnosti a zabránil lokálnímu vyboulení stojiny.

9.4 NUMERICKÁ ANALÝZA EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ VYZTUŽENÝCH NOSNÍKŮ

Pro popis chování experimentálně měřených nosníků s výztuhou byly vytvořeny modely ve vytvořeném algoritmu, programu ANSYS a Scia Engineer. V programu Scia Engineer byl model vytvořen ze skořepinových konečných prvků. V programu ANSYS byl vytvořen model z prvků SOLID185. Geometrie modelů odpovídala experimentálním podmínkám zkoušeného nosníku IPE 160 s výztuhou tloušťky 5mm. Pro všechny numerické modely byl využit pružnoplastický materiálový model se zpevněním.



Obr. 52: Nosník s výztuhou tloušťky 5mm, napětí Von Mises [MPa], zatížení 180 kN, průhyb 12,9 mm



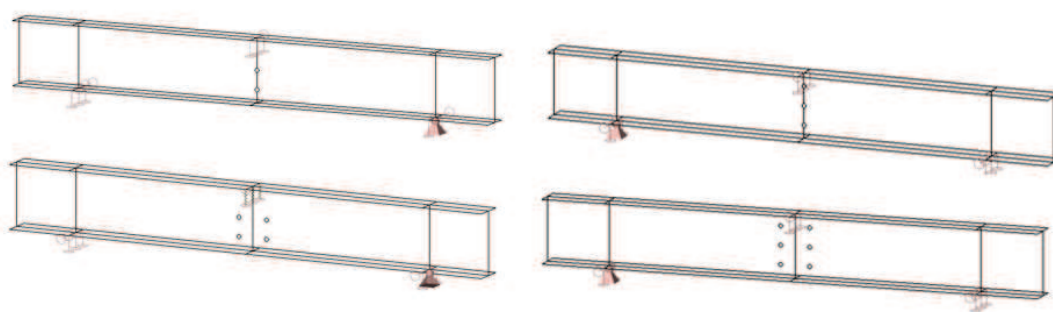
Obr. 53: Zatěžovací křivky numerických modelů pro vyztužený průřez

Zatěžovací křivky z numerických modelů jsou uvedeny na obrázku 53. Grafy z výpočetních modelů jsou doplněny výsledkem z experimentu „B“, který představoval nosník průřezu IPE s výztuhou 5 mm. Pro numerické modely je typická větší počáteční tuhost, než tuhost naměřená při experimentu. Nižší tuhost experimentálního měření je zřejmě ovlivněna tuhostí lisu, na kterém byly experimenty prováděny. Naopak působí zatížení přímo nad ztuženým průřezem v numerickém modelu má za následek vyvolání menších deformací při vyšších hodnotách zatížení.

Počáteční plastický stav průřezu byl zaznamenán při vyšším zatížení, než bylo zjištěno u numerických modelů. Místo poklesu zatížení vlivem vyboulení stojiny je v těchto případech bráněno výztuhou. Nárůst zatížení vystihly prostorové modely přesněji, než model skořepinový. U tohoto modelu je tuhost v plastické oblasti značně menší.

9.5 PRŮŘEZ OSLABENÝ OTVORY

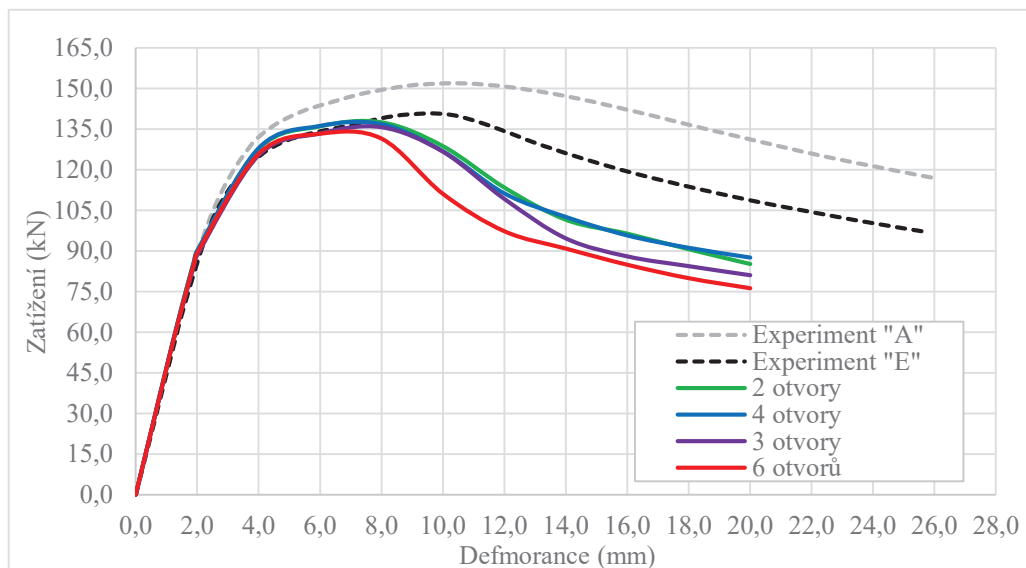
Některé stavební úpravy, zejména pak rekonstrukce či sanace vedou k posouzení ocelových prvků oslabených průřezů. Jedním z častých jevů jsou otvory v průřezu vytvořené pro šroubové spoje. Cílem následující studie je poskytnout informace o chování průřezu oslabeného otvory reprezentující přípoj dvou nosníků například válcovaných I profilů šroubovým spojem. Numerické modely byly provedeny v programu Scia Engineer, jako modely skořepinové s uvažováním teorie druhého řádu a pružnoplastickým materiálovým modelem oceli s mezí plasticity 293 MPa (střední hodnota meze kluzu zkoumané oceli).



Obr. 54: Varianty počtu a umístění otvorů v nosníku

Varianty oslabení průřezu jsou uvedeny na obrázku 54. Jak je z obrázku patrné, byly uvažovány čtyři varianty oslabení. V prvním případě byly otvory modelovány dle schéma spoje, tedy ve dvou svislých sloupcích. Vždy tedy dva sloupce po dvou resp. třech otvorech. Dalšími

řešenými variantami byl menší počet oslabení, ale působící přímo pod zatížením. Tato varianta lze připodobnit například excentricitě zatížení nosníku.



Obr. 55: Zatěžovací diagramy pro různé varianty oslabení nosníku

Na obrázku 55 je uveden graf reprezentující zatěžovací diagramy pro výše uvedené modelové případy. Součástí grafu jsou také křivky reprezentující experimenty s neoslabeným průřezem „A“ a také s oslabením 6 otvory „E“. Z uvedených výsledků je patrný minimální vliv oslabení průřezu na počáteční tuhost nosníku. V lineární oblasti vykazovaly všechny numerické modely přibližně totožná chování. Zatížení je především přenášeno pásnicemi, a proto je narušení stojiny v pružné oblasti zanedbatelné. Celková únosnost oslabených průřezů byla ovšem ve srovnání s neoslabeným průřezem menší. Ztrátu stability při dosažení nižších hodnot svislého zatížení lze odůvodnit oslabením stojiny.

Nosník „E“ oslabený 6 otvory vykazoval po dosažení maximální únosnosti větší nárůst zatížení před kolapsem, než bylo stanoveno u numerických modelů. Při nárůstu zatížení do 140 kN byla experimentálně zjištěná stabilita průřezu. Až do svislých deformací 10 mm byl průřez stabilní. Následně došlo k nárůstu příčných deformací a vyboulení stojiny průřezu. U numerických modelů byl tento jev zaznamenán již při průhybu 8 mm.

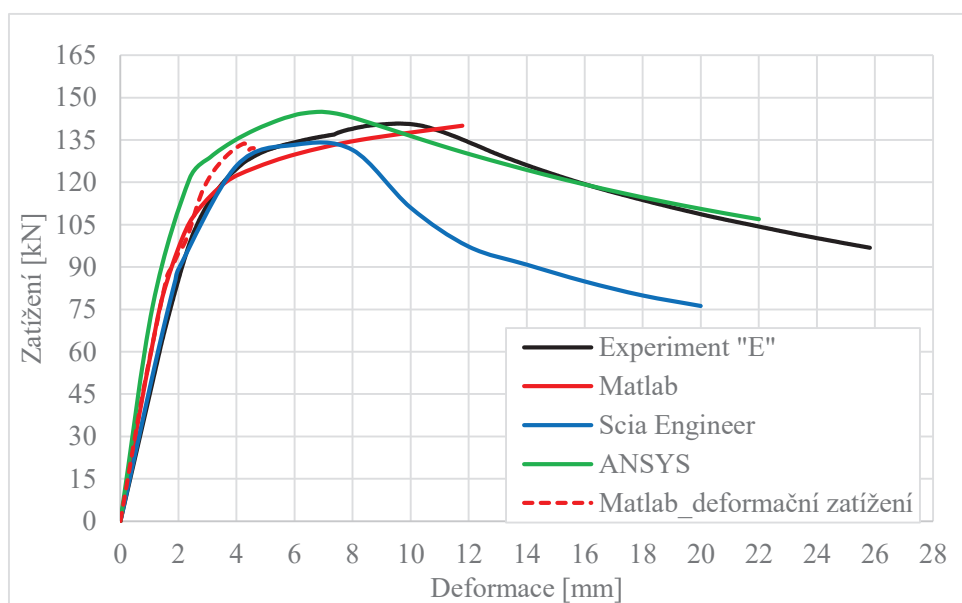
Maximální hodnota přeneseného zatížení zjištěná z numerických modelů byla přibližně shodná pro všechny typy oslabení. Nejprudší pokles tuhosti konstrukce je patrný z modelu, ve kterém bylo uvažováno s 6 otvory. Obdobný pokles je patrný u nosníku oslabeného 3 otvory. Menší pokles je patrný z modelu s 2 nebo 4 otvory. Z tohoto lze vyvodit, že je-li průřez

oslaben v tlačené části, pak dochází po dosažení mezní únosnosti k prudšímu poklesu tuhosti průřezu. Je-li průřez oslaben v části zatížení tahovým namáháním, pak je pokles tuhosti průřezu méně výrazný. Tento závěr se ovšem týká stavu konstrukce po dosažení únosnosti.

Stanovená maximální únosnost průřezu pro uvážená oslabení byla u numerických modelů vyhodnocena na 135 kN s velmi malými odchylkami pro jednotlivé varianty. Lze tedy konstatovat, že vliv takového oslabení má na únosnost průřezu podobný vliv.

9.6 NUMERICKÁ ANALÝZA EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ OSLABENÝCH PRŮŘEZŮ

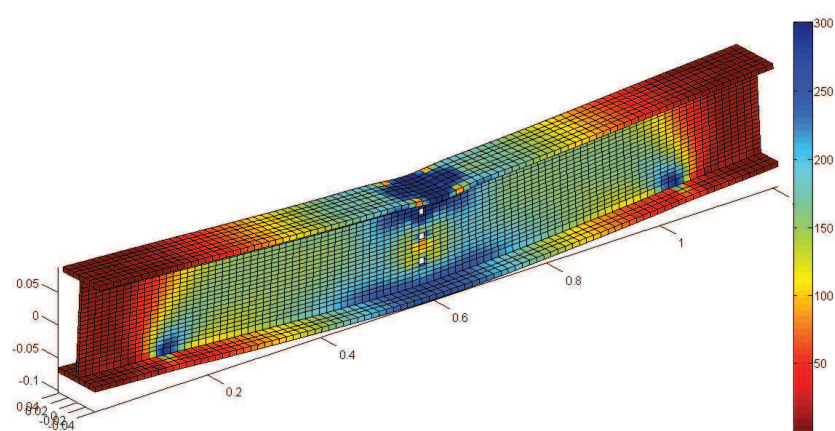
Obdobně jako u neupravených a vyztužených průřezů byly také vytvořeny 3 numerické modely zohledňující oslabení nosníku. Pro výpočetní modely byly použity stejné vstupní údaje jako u numerických modelů neupraveného průřezu. Vzhledem k podobnému průběhu zatěžovací křivky pro všechna oslabení byl modelován experiment „D“, tedy varianta s 3 otvory. Průběhy zatěžovacích křivek z numerických modelů jsou uvedeny na obrázku 56.



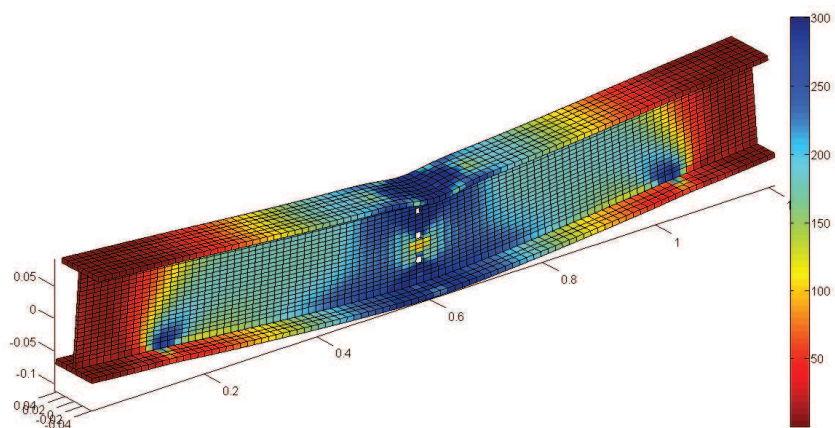
Obr. 56: Zatěžovací křivky numerických modelů pro oslabený průřez

Skořepinový model z programu Scia Engineer dosáhl téměř totožné počáteční tuhosti experimentálního vzorku. Celková únosnost ovšem nebyla dosažena a k vyboulení stojiny došlo již při zatížení 133,27 kN.

Vytvořený algoritmus konvergoval k řešení získaného experimentálně do maximální únosnosti. Počáteční tuhost byla u numerického modelu lehce navýšena. Počáteční plastické deformace vystihly chování experimentu až do deformací přesahujících 10mm. Následně byl výpočet kvůli numerické divergenci přerušen. Také byl proveden výpočet, u kterého bylo zatížení vyvoláno přírůstkem deformace (čárkovaná křivka). Počáteční průběh odezvy nosníku je obdobný jako u silového zatížení, ovšem v plastické oblasti nedošlo k tak prudkému poklesu tuhosti. Výpočet byl ukončen nesplněním konvergenčních kritérií v místě náznaku sestupné větve zatěžovacího diagramu. Analýza sestupné větve vyžaduje pokročilejší přístup a úpravy v algoritmu týkající se řešení nelineární úlohy.



Obr. 57: Oslabený nosník 3 otvory, silové zatížení 110 kN, Matlab



Obr. 58: Oslabený nosník 3 otvory, silové zatížení 130 kN, Matlab

Programem ANSYS byla stanovena nejvyšší počáteční tuhost konstrukce. Také maximální únosnost průřezu byla stanovena na hodnotu 144,9 kN. Této hodnoty bylo dosaženo při menším průhybu, než při provedeném experimentu. Sestupná větev zatěžovací křivky zaznamenala boulení stojiny i při deformacích značně přesahujících mezní únosnost.

9.7 VYHODNOCENÍ NUMERICKÝCH MODELŮ NOSNÍKŮ IPE

Numerickými modely v programech ANSYS, Scia Engineer a vytvořeném algoritmu byly provedeny analýzy experimentálních zkoušek nosníků IPE. První série výpočtů byla zaměřena na neupravený průřez, kde bylo zjištěno, že při použití rozdílných mezí plasticity na průřezu došlo k navýšení celkové únosnosti o 5,4%. Tyto numerické modely vycházely ze závěru provedených tahových zkoušek oceli. Numerickými modely byl také potvrzen závěr zjištěný u vyztužených nosníků. Výpočetní modely prokázaly navýšení únosnosti nosníků s výztuhou bez ohledu na její tloušťku. Poslední skupinu nosníku tvořily nosníky s oslabením. Výpočty bylo zjištěno, že v rozsahu uvážených oslabení je snížena únosnost průřezu oproti neupraveným nosníkům. Sestupná větev zatěžovací křivky byla výrazněji ovlivněna s rozsahem oslabení. V oblasti do maximální únosnosti byly výsledky z numerických modelů téměř totožné.

Pro modely všech nosníků druhé série byl využit materiálový model s lineárním zpevněním, který se jeví k této analýze jako dostatečný. Dobré shody numerického modelu z programu ANSYS a experimentu bylo dosaženo zejména na vzestupné větvi zatěžovacího diagramu a při určení celkové únosnosti. Vzniklé odchylky mohou být považovány s ohledem na experimentální měření a numerický výpočet za malé. Numerické modelu ze skořepinových konečných prvků v programu Scia Engineer byly vyhodnoceny jako méně výstižné. Při jejich použití je nutné věnovat pozornost nastavení výpočtu a detailům tvorby numerického modelu. Pro analýzu do maximální únosnosti lze také využít vytvořený algoritmus, který ve zmíněné oblasti dosahoval dostatečné shody. V případě potřeby modelovat sestupnou část zatěžovací křivky je při využití Newton-Raphsonovy metody nezbytné využít deformační zatížení. Zde byl zaznamenán větší vliv konvergenčních kritérií a potřebná optimalizace výpočetní metody pro dosažení relevantních výsledků. U praktických výpočtů je však typické silové zatížení, na které se optimalizoval vytvořený výpočetní algoritmus.

10 ZÁVĚR

Diplomová práce řeší problematiku modelování a analýzy ocelových válcovaných nosníků s využitím metody konečných prvků. Konkrétním cílem bylo vytvořit výpočetní algoritmus, který umožní použití prostorových výpočetních modelů a zohlednění fyzikální nelinearity. Pro verifikaci a doplnění výpočtů jsou alternativně zvoleny dostupné komerční softwary Scia Engineer a ANSYS a také byla provedena série experimentálního měření na vybraných nosnících.

Vytvořený výpočetní algoritmus je založen na deformační variantě metody konečných prvků a primárně tvoří výpočetní modely z prostorových osmiuzlových izoparamtrických konečných prvků. Materiálově nelineární řešení je založeno na metodě Newton-Raphson. Fyzikálně nelineární výpočet umožňuje použití ideálně pružnoplastického materiálů nebo pružnoplastického materiálu s lineárním zpevněním. Do algoritmu metody Newton-Raphson byla implementována také postupná aktualizace geometrie konstrukce pro zohlednění geometrické nelinearity. Samotný výpočetní algoritmus využívá také celou řadu podpůrných skriptů a algoritmů pro přípravu vstupních dat a také následné vyhodnocené výsledků. Funkčnost výpočetního programu je ilustrována srovnáním zatěžovacích diagramů na provedených experimentech.

Experimentální program zahrnoval zkoušky tříbodovým ohybem nosníků IPN a IPE. Série nosníků IPE zahrnovala průřezy ve variantním provedení: bez úprav, vyztužené a oslabené. Z vyhodnocení zkoušek a následného numerického modelování bylo vyhodnoceno několik závěrů.

Pro oblast pružného zatěžování, byly u experimentů zjištěny velmi malé rozdíly v deformacích a tuhosti, bez ohledu na typ průřezu i jeho úpravu. V lineární oblasti byl vyhodnocen nárůst deformací typický pro prutový model resp. nosníkovou teorii. Po překročení oblasti pružných deformací je průběh zatěžovacího diagramu ovlivněn zejména výškou nebo dodatečnou úpravou průřezu.

Po vzniku trvalých deformací dochází k postupné plastizaci průřezu, zejména v oblastech pásnic, a také dochází ke změně průřezu v příčném směru. Touto skutečností jsou změněny

průřezové charakteristiky nosníku, klesá tak tuhost prvku a zvětšuje se vliv geometrické nelinearity.

Pro nosníky s výztuhou byl charakteristickým znakem nárůst únosnosti po překročení pružné oblasti. Výztuhou bylo bráněno příčné deformaci stojiny a tak nemohlo dojít k výraznému snížení ohybové tuhosti nosníku vlivem deformace průřezu, jaké bylo dosaženo u nevyztužených průřezů. Ve srovnání s nevyztuženými nosníky bylo dosaženo odlišného kolapsu. Protože bylo bráněno lokálnímu boulení, nosník mohl být zatížen tak, že docházelo ke zkroucení průřezu, plastizaci a porušení v místech podpor. Z provedené studie bylo zjištěno, že tloušťka výztuhy na zkoumaných nosnících nemá výrazný vliv na maximální únosnost. Z hlediska návrhu je plně dostačující minimální proveditelná tloušťka výztuhy.

V případě oslabených nosníků vrtanými otvory byl zaznamenán celkový pokles v únosnosti o 4-9 %. Vliv oslabení na celkovou únosnost však neprokázal výraznější změny. Do maximální únosnosti byl průběh zatěžovacích křivek oslabených průřezů podobný. Rozdíl nastal až na sestupné větvi zatěžovací křivky. Nosníky oslabené v tlačené části průřezu vykazaly prudší pokles zatížení po překročení mezní únosnosti. Vzhledem k oslabení v místě boulení stojiny byl také nárůst příčných deformací mnohem výraznější než u nosníků s oslabením v tažené oblasti průřezu nebo u neoslabených nosníků. Kolaps oslabených nosníků byl způsoben boulením stojiny pod působícím břemenem.

Pro numerické modelování byly využity materiálové modely vycházející ze zjištěných materiálových charakteristik. V případě zohlednění ideálně pružnoplastického materiálového modelu se použití hodnoty meze kluzu jeví jako konzervativní. Další variantou je použití pevnosti oceli, které ovšem nadhodnocovalo skutečnou únosnost. U těchto výpočtů musí být využito k případnému stanovení únosnosti další vhodné kritérium např. kritérium omezení poměrné deformace.

Pro nejvěrohodnější popis chování ocelového prvku byl vyhodnocen pružnoplastický materiálový model s lineárním zpevněním. Velmi podobných výsledků bylo dosaženo s využitím multilineárního materiálového modelu vycházejícího ze zkoušky tahem. Tento model ovšem není možné vytvořit bez znalosti průběhu tahové zkoušky, což znemožňuje jeho obecné použití. Pro vytvoření pružnoplastického materiálového modelu s lineárním zpevněním bylo vycházeno z meze kluzu a pevnosti oceli a příslušných poměrných

deformací. Hodnota materiálového zpevnění byla pro nosníky IPN stanovena na 716,8 MPa a pro nosníky IPE na 922,7 MPa.

Celkově je možné zhodnotit, že numerické výpočty provedené vytvořeným výpočetním programem umožňují dobře popsat průběh zatěžování až do oblasti celkové únosnosti. Tento závěr byl potvrzen numerickými modely nosníků s oslabením, s výztuhou i bez úprav. Modelování sestupné větve je částečně možné v případě deformačního zatížení. Pro případ detailnější analýzy sestupné větve je potřeba aplikovat jinou nelineární metodu. V případě silového zatížení umožňuje metoda Newton - Raphson pouze vyhodnocení celkové únosnosti.

Cílem této diplomové práce, kterým bylo sestavit algoritmus založený na metodě konečných prvků se zohledněním fyzikální nelinearity na prostorových výpočetních modelech, byl naplněn. Tento algoritmus lze použít pro analýzu ocelových válcovaných nosníků v případech koncentrace napětí nebo velkého lokálního zatížení.

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych touto cestou poděkoval panu Ing. Bc. Oldřichu Suchardovi, Ph.D. za odborné vedení a podporu při tvorbě této diplomové práce.

Také bych rád poděkoval doc. Ing. Jiřímu Brožovskému, Ph.D. a Ing. Miroslavu Rosmanitovi, Ph.D. za poznatky a náměty k řešení vybraných částí této práce. Poděkování také patří pracovníkům Laboratoře stavebních hmot VŠB-TUO a Bc. Janu Kuboškovi za pomoc při realizaci experimentů.

Vybrané části této diplomové práce byly podporovány z prostředků Studentské grantové soutěže VŠB-TUO. Registrační číslo projektu je SP2015/94.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] AVERY, P and M. MAHENDRAN. *Distributed plasticity analysis of steel frame structures comprising non-compact sections*, Engineering Structures, Volume 22, Issue 8, June 2000, Pages 901–919
- [2] BITTNAR, Zdeněk a Jiří ŠEJNOHA. *Numerické metody mechaniky 1*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1992. ISBN 80-01-00855-X.
- [3] BROŽOVSKÝ, Jiří a Alois MATERNA. *Metoda konečných prvků ve stavební mechanice* [online]. 2012 [cit. 2015-11-22]. Dostupné na: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecných_prvku_stavební_mechanika.pdf.
- [4] KREJSA, Martin. *Algoritmizace inženýrských výpočtů* [online]. 2015 [cit. 2015-11-22]. Dostupné z: <http://fast10.vsb.cz/krejsa/studium/algoritmy.pdf>.
- [5] NAVRÁTIL, Jaroslav a Petr FOLTYN. *Fyzikálně a geometricky Nelineární výpočty rámových konstrukcí systémem ESA P*, In: zborník z 5. seminára s medzinárodnou účasťou "Modelovanie stavebných konštrukcií 2005", Tatranská Štrba, Slovakia, EDIS, 2005, p. 23-32, ISBN 80-8070-460-0.
- [6] RAVINGER, Ján a Martin PSOTNÝ. *Analýza konštrukcií, Nelineárne úlohy*. Bratislava: STU v Bratislavě, 2007. 174 s. ISBN: 978-80-227-2713-6.
- [7] ROWE G. W., STURGESS C. E. N., HARTLEY P. and I. PILLINGER. *Finite-element plasticity and metalforming analysis*. Cambridge University Press, 2005, 324 p. ISBN: 978-0-512-01731-2
- [8] SERVÍT, Radim, Zbyněk DRAHOŇOVSKÝ, Jiří ŠEJNOHA a Václav KUFNER. *Teorie pružnosti a plasticity II*. Vyd. 1. Praha: SNTL/ALFA, 1984. 424 s.
- [9] SEUNG-EOCK, K. and L. DONG-HO. *Second-order distributed plasticity analysis of space steel frames*. Engineering Structures 24 (2002), 735–744.
- [10] STUDNIČKA, Jiří. *Ocelové konstrukce*. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. 144 s. ISBN 80-01-02942-5.
- [11] SMITH, I. M. and D. V. GRIFFITHS. *Programming the finite element method*. 2. Edition. Anchor Brendon Ltd. Tiptree, Essex, GB, 1988. ISBN: 0-471-91552-1.

SEZNAM POUŽITÝCH NOREM

- [12] ČSN EN 1993-1-1. Eurokód 3: *Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [13] ČSN EN 1993-1-5. Eurokód 3: *Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-5: Boulení stěn*. Praha: Český normalizační institut, 2008.
- [14] ČSN EN 1993-1-7. Eurokód 3: *Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-7: Deskostěnové konstrukce příčně zatížené*. Praha: Český normalizační institut, 2008.
- [15] ČSN EN 1999-1-1. Eurokód 9: *Navrhování hliníkových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla pro konstrukce*. Praha: Český normalizační institut, 2009.

SEZNAM UVEDENÝCH PROGRAMŮ

- [16] ANSYS. Komerční software. [on-line]. <<http://www.ansys.com/>>. Pennsylvania, USA, 2015
- [17] Dlubal – Structural analysis and design software. Komerční software. [on-line]. <<http://www.dlubal.com/>>. Tiefenbach, Německo, 2015
- [18] MATLAB - The Language of Technical Computing. Komerční software. [on-line]. <<http://www.mathworks.com/>>. The MathWorks, Inc., Massachusetts, USA, 2015.
- [19] SCIA ENGINEER 2015. Komerční software. Verze 15.0.1019. [on-line]. <<http://15.scia-engineer.com/>>. Nemetschek AG, München, Německo, 2015.

PUBLIKACE AUTORA

- [20] VAŠEK Jakub, Oldřich SUCHARDA a Jan KUBOŠEK, *The Elastic-Plastic Calculation of Structural Details in Rolled Beams*, in J. Kruis, Y. Tsompanakis, B.H.V. Topping, (Editors), Proceedings of the Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 38, 2015. doi:10.4203/ccp.108.38, ISSN 1759-3433.
- [21] VAŠEK, Jakub a Oldřich SUCHARDA. *Numerické modely válcovaných nosníků a experimenty*. In: Sborník prací soutěže Studentské vědecké a odborné činnosti. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, sekce stavební mechanika, SVOČ, duben 2015.
- [22] SUCHARDA, Oldřich, Jakub VAŠEK a Jan KUBOŠEK. Elastic-plastic calculation of a steel beam by the finite element method. International Journal of Mechanics, Volume 9, 2015, s. 228-235, ISSN: 1998-4448.
- [23] VAŠEK, Jakub a Oldřich SUCHARDA. *Numerické modelování nosníku IPN 160 a experiment*. In 12th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings : conference proceedings : October 16-17, 2014, Bratislava. Bratislava: Slovak University of Technology, 2014. ISBN 978-80-227-4259-7.
- [24] SUCHARDA, Oldřich, VAŠEK Jakub a David MIKOLÁŠEK. *Finite element analysis of beam from rolled IPN 160*. Green Building, Materials and Civil Engineering - Proceedings of the 4th International Conference on GreenBuilding, Materials and Civil Engineering, GBMCE 2014, Taylor & Francis Group, Hong-Kong, August 2014, s. 811-815. ISBN: 978 1 138-02669-8.
- [25] VAŠEK, Jakub a Oldřich SUCHARDA. *Analýza nosníku tvořeného profilem IPN 160*. In: Sborník prací soutěže Studentské vědecké a odborné činnosti. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, sekce stavební mechanika, SVOČ, 2014.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Příklady lokálně zatížených částí ocelových konstrukcí, ocelová patka, výměna sloupu.....	4
Obr. 2: Vlastní tvary rámové konstrukce, vybočení styčníků (vlevo), dominantní vzpěr prutů (vpravo).....	7
Obr. 3: Pracovní diagramy oceli (vpravo-výrazná mez kluzu, vlevo-nevýrazná mez kluzu)..	8
Obr. 4: Prostorový izoparametrický osmiuzlový prvek	10
Obr. 5: Materiálové modely, (zleva) ideálně pružnoplastický, pružnoplastickým s lineárním zpevněním, multilineární	14
Obr. 6: Podmínky plasticity: Von Mises a Tresca, v 2D i 3D	16
Obr. 7: Schéma metody postupné změny tuhosti.....	16
Obr. 8: Ukázka úvodní části skriptu vytvořeného algoritmu, část preprocesor.....	19
Obr. 9: Ukázka úvodní části skriptu vytvořeného algoritmu, funkce výpočtu	20
Obr. 10: Ukázka průběhu výpočtu vytvořeného algoritmu, popis iterace, počet zplastizovaných prvků, konvergenční kritéria	20
Obr. 11: Vývojový diagram vytvořeného algoritmu.....	21
Obr. 12: Průběh normálového napětí σ_x [MPa] na konzole, vzorový příklad [23].....	22
Obr. 13: Průběh smykového napětí τ_{xz} [MPa] na konzole, vzorový příklad [23]	23
Obr. 14: Normálové napětí σ_x [MPa] na nosníku, 2D model	25
Obr. 15: Normálové napětí σ_x [MPa] na nosníku, 3D model	25
Obr. 16: Schéma experimentu.....	26
Obr. 17: Válcované ocelové průřezy IPE a IPN	27
Obr. 18: Ocelové vzorky po provedení zkoušky tahem.....	30
Obr. 19: Vybrané části průřezu IPN pro tahové zkoušky	31
Obr. 20: Záznam vybraných tahových zkoušek testovaného profilu IPN 160	32
Obr. 21: Zátěžové diagramy nosníků s průřezem IPN.....	33
Obr. 22: Síť konečných prvků na průřezu IPN 160, Matlab.....	36
Obr. 23: Zátěžovací diagramy, numerické modely Matlab, IPN 100	37
Obr. 24: Napětí Von Mises [MPa], zatížení 48 kN, IPN 100, Matlab.....	37
Obr. 25: Napětí Von Mises [MPa], zatížení 75 kN, IPN 120, Matlab	38
Obr. 26: Zátěžovací diagramy, numerické modely Matlab, IPN 120	39
Obr. 27: Zátěžovací diagramy, numerické modely Matlab, IPN 160	40

Obr. 28: Napětí Von Mises [MPa], multilineární materiálový model, zatížení 157 kN, ANSYS, IPN 160.....	41
Obr. 29: Materiálové modely aplikované v programu ANSYS.....	42
Obr. 30: Zatěžovací diagramy, numerické modely ANSYS, IPN 160	42
Obr. 31: Rozdělení tloušťky pásnic na průřezu IPE	45
Obr. 32: Rozdělení tloušťky na průřezu IPE.....	46
Obr. 33: Záznam vybraných tahových zkoušek profilu IPE 160	47
Obr. 34: Vybrané části průřezu IPN pro tahové zkoušky	48
Obr. 35: Zatěžovací diagram, neupravený průřez, IPE 160.....	49
Obr. 36: Pohled na zkoušku nosníku varianty „A“	50
Obr. 37: Nosník varianty „A“, detail vyboulení stojiny	50
Obr. 38: Zatěžovací diagramy, vyztužený průřez, IPE 160	51
Obr. 39: Nosník varianty „C“ před a po průběhu zatěžovací zkoušky	52
Obr. 40: Nosník „B“ po průběhu zatěžovací zkoušky, porušení v místě podpory (vlevo) a detail porušení v místě působení zatížení (vpravo).....	52
Obr. 41: Zatěžovací diagramy, oslabený průřez, IPE 160	53
Obr. 42: Nosník varianty „G“ po průběhu zatěžovací zkoušky.....	53
Obr. 43: Srovnání vlivu úprav nosníku na průběh zatěžování.....	54
Obr. 44: Nosník varianty „F“ před a po průběhu zatěžovací zkoušky.....	56
Obr. 45: Spolupůsobící část průřezu výztuhy	59
Obr. 46: Síť konečných prvků na průřezu IPE 160, Matlab	62
Obr. 47: Zatěžovací diagramy pro různé meze plasticity v částech průřezu	63
Obr. 48: Zatěžovací křivky numerických modelů neupraveného průřezu IPE 160.....	65
Obr. 49: Průběh napětí Von Mises [MPa] na nosníku IPE 160 při zatížení 121 kN, deformace zvětšena 10x.....	65
Obr. 50: Zatěžovací diagram pro různé varianty vyztužení profilu.....	66
Obr. 51: Výpočetní model nosníku s výztuhou, konečnoprvková síť, Scia Engineer	67
Obr. 52: Nosník s výztuhou tloušťky 5mm, napětí Von Mises [MPa], zatížení 180 kN, průhyb 12,9 mm.....	68
Obr. 53: Zatěžovací křivky numerických modelů pro vyztužený průřez	68
Obr. 54: Varianty počtu a umístění otvorů v nosníku.....	69
Obr. 55: Zatěžovací diagramy pro různé varianty oslabení nosníku	70
Obr. 56: Zatěžovací křivky numerických modelů pro oslabený průřez.....	71

Obr. 57: Oslabený nosník 3 otvory, silové zatížení 110 kN, Matlab	72
Obr. 58: Oslabený nosník 3 otvory, silové zatížení 130 kN, Matlab	72

SEZNAM TABULEK

Tab. 1: Druhy analýz ocelových konstrukcí	6
Tab. 2: Srovnání analytického a numerického řešení, validační příklad	24
Tab. 3: Typy experimentálních vzorků IPN	27
Tab. 4: Typy experimentálních vzorků IPE	28
Tab. 5: Rozměrové tolerance tloušťek profilu IPN 160	29
Tab. 6: Tloušťka pásnice profilu IPN 160	29
Tab. 7: Tloušťka pásnice profilu IPN 160	30
Tab. 8: Materiálové vyhodnocení IPN, střední hodnoty E, f_y, f_u	31
Tab. 9: Mezní hodnoty únosnosti průřezů IPN	33
Tab. 10: Aplikované materiálové modely pro numerické modely nosníků IPN	35
Tab. 11: Mezní hodnoty únosnosti průřezů IPN	41
Tab. 12: Vyhodnocení numerických modelů nosníků průřezu IPN	44
Tab. 13: Rozměrové tolerance tloušťek profilu IPE 160	45
Tab. 14: Tloušťka pásnice profilu IPE 160	46
Tab. 15: Rozměrové tolerance tloušťek profilu IPE 160	47
Tab. 16: Materiálové vyhodnocení IPE, střední hodnoty E, f_y, f_u	48
Tab. 17: Mezní hodnoty únosnosti průřezů IPE	55
Tab. 18: Hodnoty zatížitelnosti nosníku dle normového posudku.	57
Tab. 19: Normová únosnost ocelových nosníků	60
Tab. 20: Aplikovaný materiálový model pro numerické modely nosníků IPE	62

PŘÍLOHY

- Vytvořený algoritmus v programu Matlab